

УДК 681.3

А.Я. КУЛИК, С.Г. КРИВОГУБЧЕНКО, Ю.Ю. ІВАНОВ

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СКЛАДНОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДІВ ДЕКОДУВАННЯ
ТУРБО-КОДІВ**

Анотація. Розглядаються питання турбо-кодування, перспективного для застосування у розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення. Проаналізовано алгоритми SOVA, MAP, log-MAP та max-log-MAP. Проведено оцінку складності декодування турбо-коду. Виконано моделювання застосування методів декодування турбо-кодів для побудови апаратно-програмних засобів декодування сигналів у системах зв'язку з використанням обчислювальної потужності технічних засобів та дослідженням ймовірно-енергетичних характеристик.

Ключові слова: завадостійке кодування, турбо-код, узагальнена структура для роботи з інформацією, LLR, алгоритм Вітербі, SOVA, MAP, log-MAP, max-log-MAP, складність декодування турбо-кодів.

Аннотація. Рассматриваются вопросы турбо-кодирования, перспективного для применения в распределенных компьютерных системах различного функционального назначения. Проанализированы алгоритмы SOVA, MAP, log-MAP и max-log-MAP. Проведено оценку сложности декодирования турбо-кода. Проведено моделирование применения методов декодирования турбо-кодов для построения аппаратно-програмных средств декодирования сигналов в системах связи с использованием вычислительной мощности технических средств и исследованием вероятностно-энергетических характеристик.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, турбо-код, обобщенная структура для работы с информацией, LLR, алгоритм Витерби, SOVA, MAP, log-MAP, max-log-MAP, сложность декодирования турбо-кодов.

Abstract. Considered problems of turbo coding, promising for using in distributed computer systems of different functional purpose. Analysed SOVA, MAP, log-MAP and max-log-MAP algorithms. Completed the estimation complexity turbo-code decoding. Simulating the use of methods decoding turbo-codes for building hardware and software decoding signals in communication systems using the processing power of technical means and with research of probabilistic-energy characteristics.

Key words: protecting coding, turbo-code, a generalized structure for work with information, LLR, the Viterbi algorithm, SOVA, MAP, log-MAP, max-log-MAP, the complexity of decoding turbo-codes.

Вступ

Процес передавання даних в інформаційних системах чутливий до помилок, оскільки будь-яка помилка може суттєво порушити обчислення. Управління правильністю процесу передавання інформації забезпечується за допомогою завадостійкого кодування, яке забезпечує надійність і вірогідність переданої інформації в умовах завад, дозволяючи здійснити захист даних в пам'яті обчислювального пристрою та накопичувачах інформації.

Найбільш помітним досягненням в теорії завадостійкого кодування за останні роки є турбо-коди. Вони описані в наукових працях С. Berrou, А. Glavieux, Р. Titimajshima та є досить потужним методом виправлення помилок. Володіють особливою здатністю забезпечувати характеристики завадостійкості передавання інформації, близькі до теоретично отриманих значень, використовуючи не дуже складну реалізацію пристроїв кодування [1].

Одними з найважливіших сфер використання турбо-кодування на практиці є цифрове телебачення, космічні та мобільні супутникові комунікації. Турбо-коди дозволяють збільшити швидкість передавання інформації, не вимагаючи збільшення потужності передавача, а також вони можуть бути використані для зменшення необхідної потужності при передаванні із заданою швидкістю. Отже, турбо-коди застосовують, щоб кодувати об'ємні інформаційні повідомлення для високошвидкісного передавання даних з великою завадостійкістю [2].

Використання турбо-кодування дозволяє підвищити завадостійкість приймання сигналів на 1-3 дБ і більше в залежності від типу сигналів, швидкості, виду кодування, якості каналу зв'язку. Порогові значення у турбо-кодів лежать на 2-3 дБ нижче, ніж у системах, що використовують декодування за Вітербі або Рідом-Соломоном.

Актуальність

Реалізація розроблених обчислювальних процедур для роботи з даним кодом в техніці, формування та приймання турбо-кода з використанням обчислювальної потужності технічних пристроїв, а також дослідження ймовірно-енергетичних характеристик процесу передавання інформації з використанням технічних засобів при роботі з турбо-кодами є актуальними проблемами [1, 3].

Мета досліджень

Метою статті є порівняння та оцінювання складності реалізації методів декодування SOVA, MAP, log-MAP та max-log-MAP, які застосовуються для турбо-кодів у розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення.

Постановка задачі

Недостатність програмного забезпечення вільного розповсюдження та складність алгоритмів декодування турбо-кодів перешкоджають їх впровадженню [2]. Але чи є доцільним застосування розглянутого коду в сучасних розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення? Щоб відповісти на це питання необхідно розв'язати проблему складності декодування та реалізації цієї процедури під час роботи з турбо-кодом.

Таким чином, необхідно визначити особливості алгоритмів декодування турбо-кодів та проаналізувати їх. Існує достатня кількість наукових праць, які надають ідеї для вирішення поданих проблем, наприклад, [1-7] або інші, пов'язані з даною темою.

Розв'язання поставленої задачі

Для розв'язання задачі використовується узагальнена структура для роботи з інформацією (рис. 1), в якій кодуєчий пристрій (кодер каналу) системи завадостійкого кодування отримує інформаційні символи від джерела і додає до них надлишкові символи таким чином, щоб могла бути виправлена велика частина помилок, що виникають в процесі модуляції сигналів, їх передавання каналом з шумом і демодуляції [4].

Для декодування турбо-кодів можна використовувати декілька методів: SOVA (soft-output Viterbi algorithm – алгоритм Вітербі з "м'яким" виходом); MAP (maximum a posteriori probability – алгоритм декодування за максимумом апостеріорної ймовірності) та його модифікації для зниження обчислювальної складності (log-MAP, max-log-MAP алгоритми).

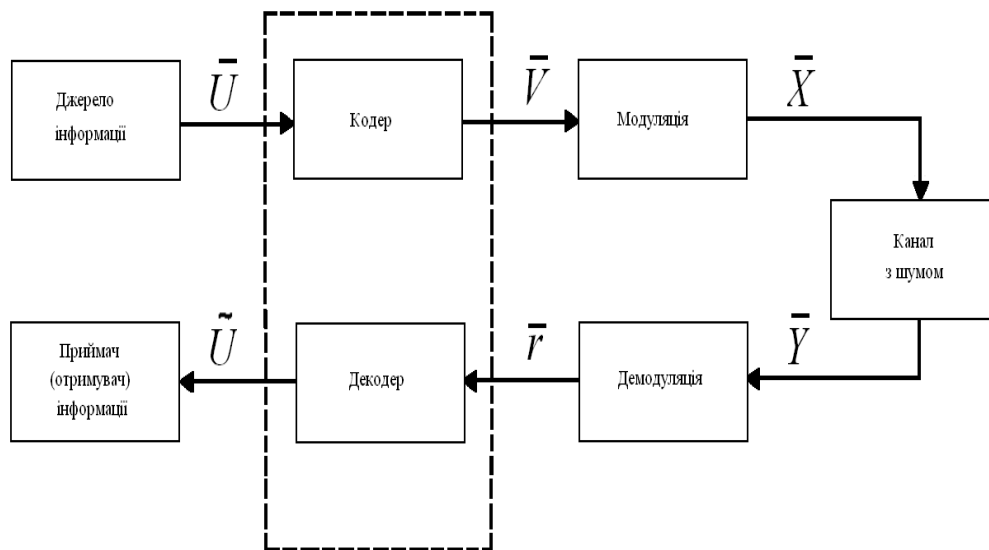


Рисунок 1 — Узагальнена структура для роботи з інформацією: \bar{U} — початкові дані, які надаються пристрою кодування інформації; \bar{V} — дані після процедури кодування; \bar{X} — дані після модуляції, які надходять до каналу із шумом; \bar{Y} — дані на виході каналу з шумом; \bar{r} — дані після демодуляції, які надходять до пристрою декодування інформації; \tilde{U} — інформація з джерела після проходження вузлів системи.

Алгоритм Вітербі з "м'яким" виходом (SOVA) [3] – це категорія м'яких алгоритмів, що базуються на визначенні максимальної правдоподібності, яка дозволяє мінімізувати ймовірність помилки на біт інформації за рахунок прогнозу апостеріорної ймовірності кожного окремого біту. Дана модифікація алгоритму Вітербі [5] дозволяє обчислити надійність інформаційних символів як логарифм відношення правдоподібності (log-likelihood ratio – LLR), що можна записати у формулі

$$LLR(\bar{U}_i) = \log \left(\frac{p(\bar{U}_i = 1 | \bar{r})}{p(\bar{U}_i = 0 | \bar{r})} \right), \quad (1)$$

де \overline{U}_i – інформаційний символ.

Робота декодера SOVA ділиться на дві частини. Перша частина процедури декодування здійснюється аналогічно звичайному алгоритму Вітербі, при цьому вибирається найбільш ймовірна кодова послідовність, яка відповідає шляху, прокладеному на trellis-діаграмі “вперед”. Але потрібно зберегти всі метрики на кожному кроці і для кожного стану декодера. У другій частині SOVA алгоритм Вітербі виконується “назад”, зберігаючи метрики для кожного стану решітки, при цьому формуються дві метрики для вузла решітки.

На стадії формування “м'якого” виходу алгоритму SOVA для i -ої секції визначається найбільш правдоподібне значення інформаційного символу $\overline{U}_i = a$, де $a \in \{0, 1\}$, і відповідна йому максимальна метрика, яка знайдена на прямому проході за Вітербі, встановлюється рівною $Y_i(\overline{U}_i)$. Метрика найкращого шляху для доповнення $Y_i(\overline{U}_i \oplus 1)$ може бути знайденою за формулою:

$$Y_i(\omega \oplus 1) = \min_{k_1, k_2} \{Y_f(S_{i-1}^{(k_1)}) + BY_i^{(b_1)}(\overline{U}_i \oplus 1) + Y_b(S_i^{(k_2)})\}, \quad (2)$$

де ω – найбільш правдоподібна послідовність, знайдена за алгоритмом Вітербі; $k_1, k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, 2^n - 1\}$; $Y_f(S_{i-1}^{(k_1)})$ – метрика шляху, що “вижив” на прямому проході за алгоритмом Вітербі для $(i-1)$ -ої секції і стану $S^{(k_1)}$; $BY_i^{(b_1)}(\overline{U}_i \oplus 1)$ – метрика ребра для інвертованого інформаційного символу, асоційованого з переходом зі стану $S^{(k_1)}$ в $S^{(k_2)}$; $Y_b(S_i^{(k_2)})$ – метрика шляху, що “вижив” на зворотному проході за алгоритмом Вітербі для i -го моменту та стану $S^{(k_2)}$.

Якщо позначити $Y_i(1) \approx Y_{\max}$ та $Y_i(0)$ назвати максимальною метрикою шляху, асоційованого з доповненням інформаційного символу \overline{U}_i , то можна навести формулу для обчислення м'якого виходу [4, 5].

$$LLR(\overline{U}_i) = Y_i(1) - Y_i(0). \quad (3)$$

Одним із методів, що знижує обчислювальну складність та вирішує складну задачу декодування турбо-кодів, є алгоритм MAP [6], який представлений Bahl, Cocke, Jelinek і Raviv. Це метод оптимального алгоритму посимвольного MAP декодування лінійних блокових кодів, який мінімізує BER (bit error rate – ймовірність помилки на біт) та формує основу для MAP декодування турбо-кодів. Має альтернативну назву VBCJR на честь авторів-розробників.

Ідея MAP декодування [6] полягає в обчисленні апостеріорних ймовірностей інформаційних символів, використовуючи задану прийнятну послідовність \bar{r} та логарифм відношення правдоподібності, що можна записати у формулі

$$LLR(\overline{U}_i) = \log \left(\frac{p(\overline{U}_i = 1 | \bar{r})}{p(\overline{U}_i = 0 | \bar{r})} \right) = \log \left(\frac{\sum_m \sum_{m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \gamma_i^{(1)}(m', m) \cdot \beta_i(m)}{\sum_m \sum_{m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \gamma_i^{(0)}(m', m) \cdot \beta_i(m)} \right), \quad (4)$$

де $\alpha_i(m) = \sum_{m'} \alpha_{i-1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 \gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика прямого шляху на решітці коду, $\gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика

ребра, $\beta_i(m) = \sum_{m'} \beta_{i+1}(m') \cdot \sum_{j=0}^1 \gamma_i^{(j)}(m', m)$ – метрика зворотного шляху на решітці коду.

Отже, формула (4) є узагальненим виразом для обчислення LLR процедури MAP декодування. Реалізація MAP декодера виконується за допомогою обчислювальної процедури з формули, наведеної вище. "Жорсткий" розв'язок можна знайти як:

$$\hat{U}_i = \text{sgn}\left(\text{LLR}(\overline{U}_i)\right). \quad (5)$$

Для того, щоб уникнути обчислювальної нестабільності, при роботі з ймовірностями $\alpha_i(m)$ та $\beta_i(m)$ потрібно зберігати умову нормування ймовірностей:

$$p(\alpha_i(m)) + p(\beta_i(m)) = 1. \quad (6)$$

Необхідно зазначити, що метрики ребер залежать від щільності потужності шуму N_0 , тому потрібно знати її оцінку для збереження оптимальності декодера.

Для того, щоб знизити обчислювальну складність MAP алгоритму, можуть бути застосовані логарифми метрик. Алгоритм, який використовує такий перехід, називають log-MAP алгоритмом [7]. Якщо здійснити логарифмування метрик прямого та зворотного шляху на решітці коду та метрики ребра, при цьому ввівши позначення $\log a_i(m) = A_i(m)$; $\log \gamma_i^{(j)}(m', m) = Y_i^{(j)}(m', m)$; $\log \beta_i(m) = B_i(m)$, то у результаті перетворень та спрощень можна отримати алгоритм для процедури log-MAP декодування, який використовується в логарифмічній формі:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(\overline{U}_i) = & \log\left(\sum_m \sum_{m'} \exp(A_{i-1}(m') + Y_i^{(1)}(m', m) + B_i(m))\right) - \\ & - \log\left(\sum_m \sum_{m'} \exp(A_{i-1}(m') + Y_i^{(0)}(m', m) + B_i(m))\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Якщо застосувати формулу логарифму якобіана, то можна уникнути операції додавання для експоненціальних складових:

$$\begin{aligned} \log(\exp(\Omega) + \exp(\Psi)) = & \max(\Omega, \Psi) + \log(1 + \exp(-|\Omega - \Psi|)) = \\ = & \max(\Omega, \Psi) + f(|\Omega - \Psi|), \end{aligned} \quad (8)$$

де $f(|\Omega - \Psi|) = \log(1 + \exp(-|\Omega - \Psi|))$.

Оскільки функція $\exp(x)$ відносно повільна та коштовна в апаратному виконанні, то для економії часу, спрощення та швидкості обчислень для виразу $f(|\Omega - \Psi|)$ складають таблицю. Достатньо декілька значень, щоб майже досягти точності MAP алгоритму. Для алгоритмів MAP та log-MAP ймовірність помилки мінімальна й однакова.

Модифікований MAP алгоритм, відомий як max-log-MAP [7], використовується для зменшення обчислювальної складності декодування турбо-кодів, але при цьому втрачаються властивості оптимальності. Ідея цієї модифікації заснована на тому, що логарифмується MAP метрика та застосовується апроксимація у вигляді:

$$\log(\exp(\Omega) + \exp(\Psi)) \approx \max(\Omega, \Psi). \quad (9)$$

Використовуючи дану апроксимацію та властивість логарифму дробу, формула логарифма відношення правдоподібності для інформаційного символу \overline{U}_i матиме вид:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(\overline{U}_i) \approx & \max_{m', m} \left\{ A_{i-1}(m') + Y_i^{(1)}(m', m) + B_i(m) \right\} - \\ & - \max_{m', m} \left\{ A_{i-1}(m') + Y_i^{(0)}(m', m) + B_i(m) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Складність алгоритму max-log-MAP приблизно вдвічі менша, ніж для log-MAP.

Отже, для порівняння та аналізу складності алгоритмів декодування турбо-кодів доцільно скласти таблицю, а також ввести позначення K , яке визначає конструктивну довжину складових кодів (табл.1).

Таблиця 1 – Складність алгоритмів декодування турбо-кодів

Можлива операція	Алгоритм Вітербі	SOVA	log-MAP	max-log-MAP
Порівняння	2^{K-1}	$6 \cdot K$		
Множення на ± 1		8	8	8
Додавання	$2 \cdot 2^{K-1} + 5$	$2 \cdot 2^{K-1} + 8$	$15 \cdot 2^{K-1} + 9$	$10 \cdot 2^{K-1} + 11$
Вибір максимуму		$2^{K-1} + 3 \cdot K$	$5 \cdot 2^{K-1} - 2$	$5 \cdot 2^{K-1} - 2$

На основі складності реалізації методів декодування складових кодів O_1 є можливість провести оцінку складності декодування всього турбо-коду за формулою:

$$O_N = O_1 \cdot k \cdot N, \quad (11)$$

де k – число ітерацій декодування, N – число складових кодів (два та більше).

Результат роботи алгоритмів декодування турбо-кодів (рис. 2) в каналі з AWGN (additive white Gaussian noise — адитивним білим гаусівським шумом) показує значення BER, що прямує до мінімуму, який визначений теоретично можливою межею для даного коду, коли існує безпомилкове передавання та декодування інформації. Для турбо-кодів ці значення максимально наближені до даної межі.

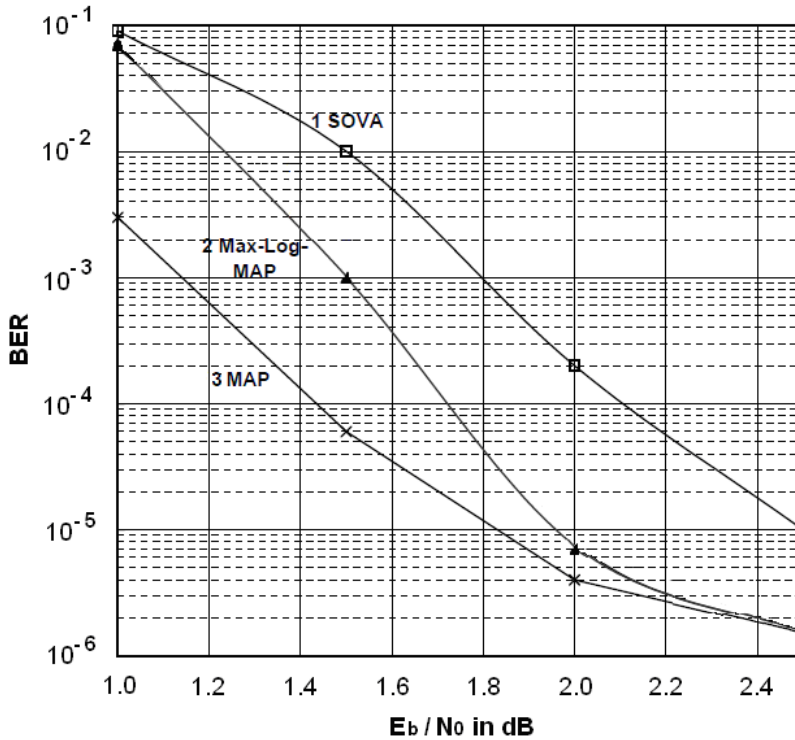


Рисунок 2 – Моделювання енергетичної ефективності та характеристик BER для алгоритмів декодування турбо-кодів

Висновки

Отже, розглянуто алгоритми, що ведуть до розуміння реалізації, складності та принципів декодування турбо-кодів, які стають стандартом для кодування сучасної техніки. Для надійної роботи алгоритм декодування турбо-коду не повинен бути обмеженим поданням на декодери “жорсткої” схеми рішень. Тому, для кращого використання інформації, яка отримана з кожного декодера, застосовують “м’яку” схему декодування.

Для декодування турбо-кодів можна використовувати SOVA – різновид алгоритму Вітербі. Оптимальним є алгоритм MAP декодування турбо-кодів. Доцільно розглядати також модифікації log-MAP та max-log-MAP, які знижують обчислювальну складність процесу декодування. Дослідження систем із застосуванням турбо-кодів актуальні. Представлені алгоритми можуть бути використані для побудови апаратно-програмних засобів декодування сигналів у системах зв’язку.

Проведений аналіз підтверджує перспективність використання турбо-кодів у розподілених комп’ютерних системах різного функціонального призначення.

Список літератури

1. Hanzo L. Turbo Coding, Turbo Equalisation and Space-Time Coding for Transmission over Wireless Channels / L. Hanzo, T.H. Liew, B.L. Yeap. – Southampton: Department of Electronics and Computer Science of UK, 2002. – 746 p. – ISBN 0-470-84726-3.
2. Single- and Multi-Carrier CDMA. Multi-User Detection, Space-Time Spreading, Synchronisation and Standards / L. Hanzo, L-L. Yang, E-L. Kuan, K. Yen – New York: John Wiley & Sons Inc, 2003. – 1077 p. – ISBN 0-470-86309-9.
3. Кулик А.Я. Турбо-код: властивості та застосування для завадостійкого кодування / А.Я. Кулик, С.Г. Кривогубченко, Ю.Ю. Іванов // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2011. – № 2(22). – С. 25-33.
4. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ.; под ред. В.Б. Афанасьева / Р. Морелос-Сарагоса. — М.: Техносфера, 2005. — 320 с. — ISBN: 5-94836-035-0.
5. Витерби А.Д. Принципы цифровой связи и кодирования: пер. с англ.; под ред. К.Ш. Зигангирова / А.Д. Витерби, Дж.К. Омура. — М.: Радио и связь, 1982. — 536 с.
6. Bahl, Cocke, Jelinek and Raviv (BCJR) Algorithm [Web resource] / BCJR Algorithm. – Access mode: http://www.comlab.hut.fi/opetus/311/Bahl_mod.pdf.
7. Valenti M. An Efficient Software Radio Implementation of the UMTS Turbo Codec [Web resource] / Matthew C. Valenti. – Access mode: <http://www.csee.wvu.edu/~mvalenti/documents/valenti2001c.pdf>.

Відомості про авторів

Кулик Анатолій Ярославович – д.т.н., професор, професор кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, (0432)598-437, kulyk@inaeksu.vinnica.ua, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна, 21021.

Кривогубченко Сергій Григорович – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки Вінницького національного технічного університету, (0432) 598-437, kriv@inaeksu.vinnica.ua, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна, 21021.

Іванов Юрій Юрійович – студент факультету автоматики та комп’ютерних систем управління ІнАЕКСУ Вінницького національного технічного університету, (0432) 546-443, YuraII@yandex.ru, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна, 21021.