

УДК 62-50

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОЛЕСНОЙ ПЛАТФОРМЫ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Краснодубец Л.А., д.т.н., проф., Морозова Е.Ф.

Аннотация: Ставится и решается задача аналитического конструирования закона адаптивного управления движением колесной платформы мобильного робота вдоль заданной траектории. Приводятся результаты моделирования системы автоматического управления. Предложена методика расчета параметров регулятора, реализующего сконструированный закон управления.

Анотація: Ставиться й вирішується задача аналітичного конструювання закону адаптивного керування рухом колісної платформи мобільного робота уздовж заданої траєкторії. Наводяться результати моделювання системи автоматичного керування. Запропонована методика розрахунків параметрів регулятора, який реалізує сконструйований закон керування.

Abstract: The problem of analytical designing the adaptive control law of the mobile robot wheeled platform along the given trajectory is put and solved. The results of the modeling of the automatic control system are included. The design procedure of regulator parameters realising the designed law of management is offered.

Актуальность проблемы

За последние 30 лет проблеме автоматизации управления движением технических объектов по заданной траектории посвящено множество статей. Наличие относительно недавних публикаций [1], [2], [3] и др. свидетельствует, что интерес исследователей к этой проблеме не ослабевает, и задача траекторного управления по-прежнему остается актуальной. В настоящей работе исследуется новый метод конструирования закона траекторного управления, который базируется на концепциях обратных задач динамики в сочетании с минимизацией функционалов, характеризующих энергию ускорения движения управляемых объектов в окрестности фазовых траекторий эталонных моделей [4]. При этом минимизация энергетического критерия осуществляется в процессе функционирования системы управления (локальная оптимизация). Существенно, что автоматические системы с такими алгоритмами можно отнести к классу адаптивных систем.

Целью работы является аналитическое конструирование адаптивного закона управления движением колесной платформы (КП) вдоль заданной траектории и исследование методом моделирования замкнутой системы автоматического управления.

Объект исследования

Объектом исследования является робототехническая система Robotino, которая предназначена для использования в учебном процессе при изучении инженерных дисциплин в области управления и автоматики. В состав этой системы входит мобильный робот, состоящий из приборной части и колесной платформы, имеющей три степени свободы. В состав приборной части входит процессорный модуль, комплекс сенсоров, включающий видеокамеру, разъемы для подключения дополнительных устройств и модуля доступа к беспроводной сети. Система поставляется в комплекте с RobotinoView - программным обеспечением (ПО) с графическим интерфейсом, который даёт возможность оператору контролировать текущее состояние колесной платформы в процессе ее движения и выполнять функции управления при помощи двусторонней связи с внешним компьютером.

Математическая модель колесной платформы

Математическая модель КП как объекта управления описывает движение центра масс мобильного робота, которое осуществляют три электропривода, обеспечивая всей механической системе три степени свободы. На вход модуля управления приводами КП поступают два управляющих сигнала в виде скоростей v_x , v_y движения платформы вдоль координатных осей OX и OY в горизонтальной плоскости и управляющий сигнал в виде угловой скорости ω вращательного движения мобильного робота вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр масс. На рисунке 1 изображена схема, поясняющая вывод кинематических уравнений движения КП.

Рассматривая проекции скоростей центра масс КП на оси неподвижной системы координат, а также угол ψ , характеризующий взаимное расположение координатных систем, можно получить уравнения кинематики в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi + v \cos \psi \\ \dot{\psi} &= \omega \end{aligned} \right\} \text{ или } \dot{q} = P(\psi) \mathcal{G}, \text{ где } P(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

x и y – координаты местоположения платформы; ψ – угол, характеризующий угловое положение КП на плоскости; ω – угловая скорость вращательного движения КП вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс; $q = [x \ y \ \psi]^T$; $\mathcal{G} = [u \ v \ \omega]^T$.

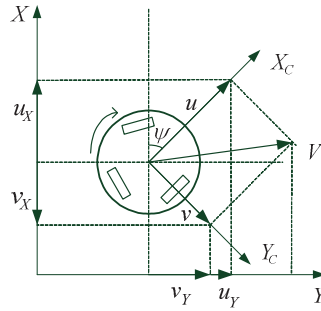


Рисунок 1. Схема, поясняющая вывод кинематических уравнений движения КП

Уравнения динамики получены в предположении, что перекрестные связи отсутствуют, на основе второго закона Ньютона и представлены в векторно-матричной форме

$$M\dot{g} = -Dg + f_g, \quad (1)$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{bmatrix}, \quad f_g = \begin{bmatrix} f_u \\ f_v \\ h \end{bmatrix};$$

где m – масса; μ – коэффициент трения при продольном движении; η – коэффициент сухого трения; f_u и f_v – проекции силы, приложенной к центру масс; J – момент инерции; h – вращательный момент.

Важно отметить, что при $\psi \approx 0$ матрица $P(\psi)$ вырождается в единичную и модель (1) преобразуется к виду

$$M\ddot{q} = -D\dot{q} + f, \quad (2)$$

где $f = [f_x \ f_y \ h]^T$.

Математическая постановка задачи управления движением КП

Пусть начальное состояние системы характеризуется значениями

$$t = 0 : q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0. \quad (3)$$

Поставим задачу найти вектор управляющих функций $f = f(q, \dot{q})$ в форме обратных связей, который обеспечит перевод объекта управления (2) из начального состояния (3) в заданное стационарное состояние равновесия

$$q = \bar{q} = \text{const}, \quad \dot{q} = 0. \quad (4)$$

При этом потребуем, чтобы переходные процессы $q(t) \rightarrow \bar{q}$, $\dot{q}(t) \rightarrow 0$ проходили в малой окрестности эталонных процессов $\bar{q}^*(t) \rightarrow \bar{q}$, $\dot{q}^*(t) \rightarrow 0$ описание которых в векторно-матричной форме имеет вид

$$\ddot{q}^* + A_1\dot{q}^* + A_0q^* = A_0\bar{q}, \quad (5)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 \end{bmatrix}; \quad A_0 = \begin{bmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_0 \end{bmatrix}; \quad q^* = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ \psi^* \end{bmatrix}; \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix}.$$

Уравнение (5) описывает динамические свойства эталонной модели. При этом будем полагать, что каналы управления по координатам x и y идентичны. Коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ назначаются такими, чтобы динамика эталонных моделей соответствовала требованиям к динамике проектируемой системы – по быстродействию, характеру переходных процессов и другим показателям.

Степень приближения процессов в системе и в эталонной модели будем оценивать величиной целевой функции

$$G(f) = \frac{1}{2}[\dot{q}^* - \ddot{q}(t, f)]^2, \quad (6)$$

где, $G(f) = [G(f_x) \ G(f_y) \ G(h)]^T$.

Компоненты вектора $G(f)$ представляют собой нормированные по массе или моменту значения энергии ускорения, вычисляемой в окрестности траектории движения эталонной модели. Чем

меньше величины компонентов вектора $G(f)$, тем в большей степени процессы в системе приближаются к процессам в эталонной модели.

Конструирование закона управления

Решение поставленной задачи будем выполнять в соответствии с рекомендациями [4] и [5] путем минимизации целевой функции методом скоростного градиента, которому соответствует дифференциальное уравнение

$$\frac{df}{dt} = -L \frac{dG}{df}, \quad (7)$$

где L - диагональная матрица, элементы λ_x , λ_y , λ_ψ которой характеризуют скорость стремления значений критериальной функции $G(f)$ к $G_{\min}(f)$.

Дифференциальный закон управления для регулятора можно получить, если в (7) подставить значение производной $\frac{dG}{df}$, найденное с учетом уравнений (2) и (5) в виде

$$\frac{dG}{df} = 2 \frac{1}{2} (\ddot{q}^* - \ddot{q}) \frac{d}{df} (-\ddot{q}) = -A^{-1} (\ddot{q}^* - \ddot{q}).$$

Далее имеем

$$\frac{df}{dt} = LA^{-1} [A_0(\bar{q} - q^*) - A_1 \dot{q}^* - \ddot{q}]. \quad (8)$$

Сделав замену $q^* = q$, $\dot{q}^* = \dot{q}$ (что означает замену информационных связей регулятора с эталонной моделью соответствующими обратными связями, обеспечивающими регулятор информацией о текущих значениях компонент вектора управления q и его производной $\dot{q}$) и, проинтегрировав обе части уравнения (8) при нулевых начальных условиях, приводим искомый закон управления к виду

$$f = LA^{-1} \left[A_0 \int_0^t (\bar{q} - q) dt - A_1 q - \dot{q} \right]. \quad (9)$$

В соответствии с (9) в структуру регулятора вводится диагональная матрица $K = LA^{-1}$, элементы которой - коэффициенты усиления $k_x = \frac{\lambda_x}{m}$, $k_y = \frac{\lambda_y}{m}$, $k_\psi = \frac{\lambda_\psi}{J}$ в соответствующих каналах управления.

Структурная интерпретация полученного закона управления (9) представлена на рисунке 2.

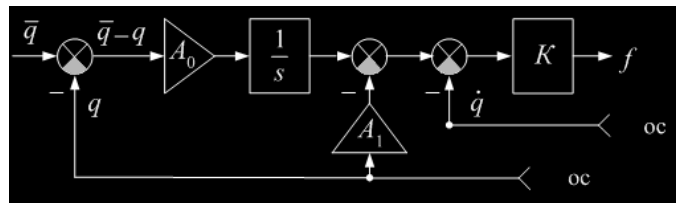


Рисунок 2. Структурная интерпретация закона управления

Расчёт параметров регулятора выполнен по формулам, которые получены при помощи канонической формы записи колебательного звена

$$\alpha_0 = \frac{3 \dots 5}{t_{px,y}^2}, \quad \alpha_1 = \frac{3 \dots 5}{t_{px,y}}, \quad \beta_0 = \frac{3 \dots 5}{t_{p\psi}^2}, \quad \beta_1 = \frac{3 \dots 5}{t_{p\psi}}, \quad (10)$$

где t_p - время желаемой переходной характеристики проектируемой системы управления;

$\zeta = 0.707$ - соответствует желаемому перерегулированию, которое не превышает 5%.

Элементы входящей в закон управления (9) матрицы K (коэффициенты усиления в каналах управления), как показано в [4], существенно влияют на степень приближения динамических свойств проектируемой системы управления к соответствующим свойствам эталонной модели. При стремлении коэффициентов усиления к бесконечности модель системы управления совпадает с эталонной моделью. По этой причине элементы матрицы K подбираются при моделировании.

Моделирование синтезированной системы управления

В качестве средства моделирования выбрана среда Simulink. Вначале моделировалось управляемое движение КП из начального состояния (3) в заданное стационарное состояние равновесия (4). Результатом моделирования является траектория в виде прямой.

Графики переходных процессов в каналах управления и их эталонные модели при коэффициентах усиления $k_x = k_y = k_\psi = 1$ и $k_x = k_y = k_\psi = 10$ приведены на рисунках 3-8, где *сс* – спроектированная система, *эм* – эталонная модель. Из приведенных графиков видно, что при увеличении значений коэффициентов усиления в каналах управления (элементов диагональной матрицы K) процессы в системе приближаются к эталонным моделям. Дальнейшее увеличение этих коэффициентов на картину процессов не влияет. При этом следует отметить, что коэффициенты k_x и k_y выбираются одинаковыми, так как соответствующие каналы управления по предположению являются идентичными. Необходимая величина коэффициента усиления k_ψ в канале вращательного движения может существенно отличаться от значений усиления в каналах продольного движения.

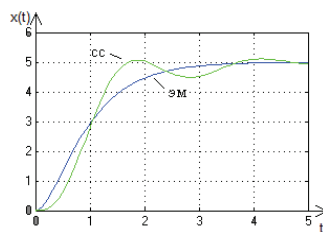


Рисунок 3 –Переходный процесс в канале управления координатой $x(t)$ и его эталонная модель ($k_x = 1$).

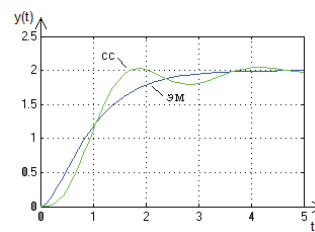


Рисунок 4 –Переходный процесс в канале управления координатой $y(t)$ и его эталонная модель ($k_y = 1$).

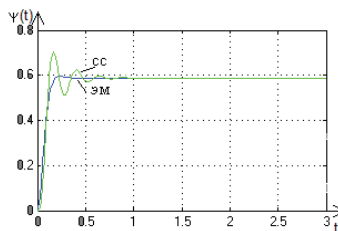


Рисунок 5 - Переходный процесс в канале управления вращательным движением и его эталонная модель ($k_\psi = 1$).

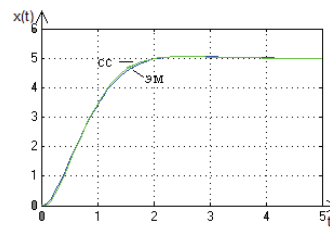


Рисунок 6 –Переходный процесс в канале управления координатой $x(t)$ и его эталонная модель ($k_x = 10$).

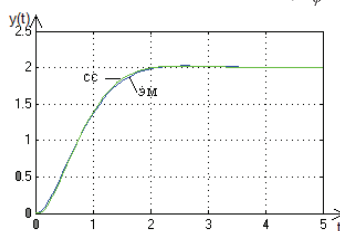


Рисунок 7 - Переходный процесс в канале управления координатой $y(t)$ и его эталонная модель ($k_y = 10$).

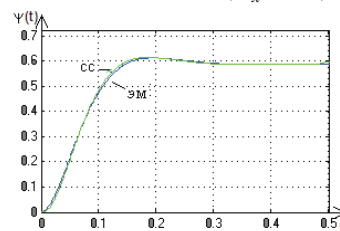


Рисунок 8 - Переходный процесс в канале управления вращательным движением и его эталонная модель ($k_\psi = 10$).

Далее моделировалось управляемое движение КП при действии постоянных параметрических возмущений в виде десятикратного увеличения массы и момента инерции. Из рисунков 9, 10 и 11, где изображены графики процессов управления в системе с координатными (по координате $x(t)$) и параметрическими (по массе и моменту инерции) возмущениями при неизменных параметрах регулятора, следует, что существенное изменение параметров объекта управления мало влияет на динамические свойства синтезированной системы.

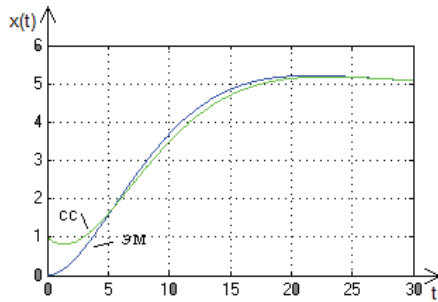


Рисунок 9 - Переходный процесс в канале управления координатой $x(t)$ и его эталонная модель ($k_x = 10$).

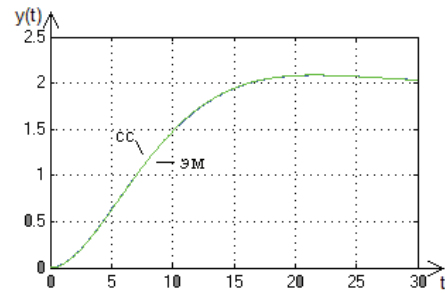


Рисунок 10 – Переходный процесс в канале управления координатой $y(t)$ и его эталонная модель ($k_y = 10$).

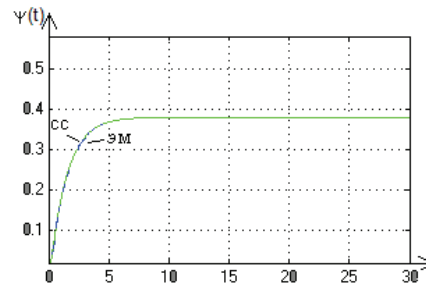


Рисунок 11 - Переходный процесс в канале управления вращательным движением и его эталонная модель ($k_\psi = 10$).

Синтезированный регулятор может так же обеспечить движение КП по траектории, отличной от прямой. При этом требуемые значения состояний $\bar{q} = [\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{\psi}]^T$ в законе управления (6) следует заменять соответствующими функциями, описывающими траекторию задаваемых поступательного и вращательного движений КП. В качестве примера рассматривалось движение КП по окружности. При этом траектория требуемого движения на плоской поверхности задавалась параметрическими уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}(t) &= r \sin \omega t + x_c \\ \bar{y}(t) &= r \cos \omega t + y_c \end{aligned} \right\}$$

с коэффициентами $r = 1.5 \text{ м}$, $\omega = 0.3 \text{ рад/с}$, $y_c = 2 \text{ м}$, $x_c = 5 \text{ м}$. Движение КП по заданной окружности можно осуществить двумя способами.

Способ первый. Управление движением осуществляется только по двум независимым каналам путем формирования управляющих сигналов f_x и f_y . При этом принималось $h = 0$. На рисунке 12 приведен график траектории выведения КП из начального состояния (3) в режим установившегося движения с заданной угловой скоростью ω по окружности с радиусом r при $k_x = k_y = 1$ и отсутствии возмущений. На рисунке 13 приведен график управляемого движения КП при аналогичных условиях, но с увеличенными коэффициентами усиления $k_x = k_y = 10$.

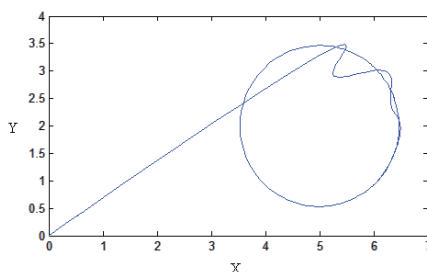


Рисунок 12 – Движение КП по траектории в виде окружности при $k_x = k_y = 1$.

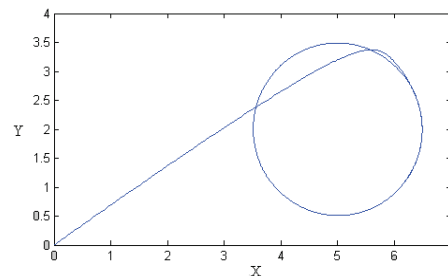


Рисунок 13 – Движение КП по траектории в виде окружности при $k_x = k_y = 10$.

Во втором случае управление КП осуществлялось по трем степеням свободы. При этом требуемое значение текущего углового положения КП определялось соотношением

$$\bar{\psi}(t) = \arctg \frac{f_y(t)}{f_x(t)}.$$

На рисунках 14 и 15 приведены графики изменения координаты $\psi(t)$ при выведении КП на установившийся режим движения по траектории в виде окружности при $k_\psi = 1$ и $k_\psi = 10$ соответственно

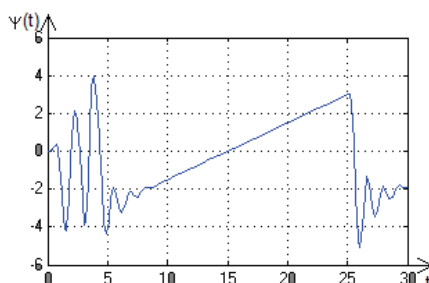


Рисунок 14 – Переходный процесс в канале управления координатой $\psi(t)$ при $k_\psi = 1$.

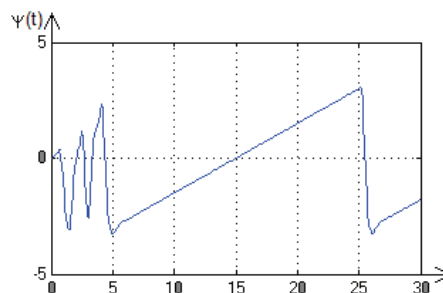


Рисунок 15 – Переходный процесс в канале управления координатой $\psi(t)$ при $k_\psi = 10$.

Как отмечалось, на вход приводов КП Robotino поступают управляющие сигналы в виде скоростей v_x , v_y движения платформы в горизонтальной плоскости, а также управляющий сигнал в виде угловой скорости ω вращательного движения мобильного робота. Поэтому для технической реализации сконструированного закона управления в рассматриваемом случае необходимо проинтегрировать вектор - функцию управления (9), компоненты которой имеют физический смысл силы и момента.

Выводы

При решении задачи аналитического конструирования адаптивного регулятора не использовались данные о параметрах объекта управления. Для синтеза закона управления движением КП достаточно лишь информации о порядке ее динамической модели.

Исследование проектируемых систем при наличии существенных параметрических и координатных возмущений показало, что они обладают выраженными робастными свойствами.

Список литературы

1. A. P. Aguiar and J. P. Hespanha. Position tracking of underactuated vehicles. In Proc. of the 2003 Amer. Contr. Conf., Denver, CO, USA, June 2003.
2. F. Alonge, F. D'Ippolito, and F.M. Raimondi. Trajectory tracking of underactuated underwater vehicles. In Proc. 40th IEEE Conf. on Decision and Contr., Orlando, Florida, USA, December 2001.
3. A. Behal, D.M. Dawson, W.E. Dixon, and Y Fang. Tracking and regulation control of an underactuated surface vessel with nonintegrable dynamics. IEEE Trans. on Automat. Contr., 47(3):495–500, March 2002.
4. Крутько П.Д. Новые технологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением // Управление, автоматизация и окружающая среда: Материалы междунар. науч.-техн. конф., г. Севастополь, 8-13 сентября 2008 г. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008.
5. Антонов В.Н. Адаптивное управление в технических системах / В.Н. Антонов, В.А. Терехов, И.Ю. Тюкин. - С-Пб: Издательство С.-Петербургского университета, 2001.-244с.

Сведения об авторах

Краснодубец Леонид Андреевич - д.т.н., профессор, заведующий кафедрой технической кибернетики, Севастопольский национальный технический университет, ул. Университетская, 33, г.Севастополь, 99033, тел.(067)600-22-67, lakrasno@gmail.com.

Морозова Екатерина Федоровна – магистрант кафедры технической кибернетики Севастопольского национального технического университета, ул. Университетская, 33, г.Севастополь, 99033, тел.(050)924-39-25, kat_uk1@inbox.ru.