МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 62-50

МУСАЕВ В.Г

Азербайджанский Технический Университет, г. Баку

РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С РЕГУЛИРУЮЩИМИ ОБЪЕКТАМИ СИСТЕМЫ

Аннотація. На прикладі магістрального нафтогону розв'язано задачі ідентифікації та керування складною системою з розподіленими параметрами як єдиною системою, з урахуванням взаємозв'язків її складових об'єктів, зокрема, розроблено розрахункову модель при дискретному регулюванні продуктивності нафтогонних станцій.

Ключові слова: магістральний нафтогон, розподілений параметр, дискретний метод, нафтогонні станції, початкові умови і крайові умови.

Аннотация: На примере магистрального нефтепровода решена задача идентификации и управления сложной системой с распределенными параметрами как единой системой, с учетом взаимосвязи ее составляющих объектов, в частности, разработана расчетная модель при дискретном регулировании производительности нефтеперекачивающих станций.

Ключевые слова: магистральный нефтепровод, распределенный параметр, дискретный метод, нефтеперекачивающие станции, начальные и краевые условия.

Abstract: On the example of the main oil pipeline the problem of identification and management of difficult system with the distributed parameters as uniform system, taking into account interrelation of its components of objects is solved, in particular, the settlement model is developed at discrete regulation of productivity of oil pumping stations.

Key words: the main oil pipeline, the distributed parameter, discrete method, oil pumping stations. entry and regional conditions.

Введение.

Магистральные нефтепроводные системы в силу своих специфических технологических особенностей являются одним из ярким примеров систем с распределёнными параметрами, работающих в динамических режимах. Динамические процессы происходящие в этих системах, описываются системами уравнений в частных производных.

Исследования показали, что магистральные нефтепроводы (МНП) относятся к сложным системам с распределенными параметрами. Они имеют достаточную длину с промежуточными источниками возмущений, являются разветвленными, неоднородными системами. Так как источники первичной информации в этих системах находятся на значительных расстояниях друг от друга, то они представляют собой сложную систему с распределенными параметрами с распределенными базами данных [1].

Сложность рассматриваемых систем вызывает определенные трудности как при расчете, проектировании, исследовании, создании физических, локальных баз данных, так и при оперативно-диспетчерском управлении. Результаты исследования динамических процессов являются источниками первичных данных о состоянии технологического объекта управления, которые в свою очередь являются исходными данными для локальных баз данных, необходимых для решения многочисленных технологических задач на различных уровнях. Здесь также необходимо принять к сведению, что изменения технологических условий режимов работы рассматриваемых систем определяют протекание процессов в нестационарных условиях. Естественно по указанным и многим другим причинам в магистральном трубопроводе одновременно с давлением меняются и расходы, которые являются основными составляющими элементами базы данных на места сбора информации о состоянии технологического объекта управления.

Знание особенностей неустановившегося движения при динамических процессах необходимо для решения вопроса о комплексной автоматизации магистральных нефтепроводов. Информация о динамических процессах при различных возмущающих воздействиях позволяет предупредить аварийные ситуации, определить быстродействие системы телемеханики для сбора информации, выбрать рациональную систему автоматического регулирования. Полная информация о состоянии технологического объекта управления позволяет создать полноценную совокупность файлов, необходимых для создания базы данных, а также идентификации и управления, как по вертикали, так и по горизонтали иерархической системы управления .

Актуальность.

Известно, что управление магистральными нефтепроводами осуществляется по системе, состоящей из высшего и среднего звеньев и непосредственно магистральных нефтепроводов и нефтебаз. Первичным звеном в трехзвеневой системе управления являяются магистральные нефтепроводы, управления которыми осуществляются не только вышестоящим средним звеном управления, но и управляющей подсистемой самих трубопроводов. Первичная система является не только исполнителем, но и важным звеном в управлении трубопроводами, принимая активное участие в установлении планов перекачки и реализации нефти..

I. На основании анализа методов расчета переходных процессов в системах с распределенными параметрами с промежуточными нефтеперекачивающими станциями (НПС), следует отметить, что существующие как аналитические, так и численные методы расчета переходных процессов для исследования динамики в системах с распределенными параметрами недостаточно адекватно отражают динамику процессов в системах с распределенными параметрами с регулирующими объектами системы, оборудованными центробежными насосными агрегатами, работающих по схеме «из насоса в насос» с учетом системы регулирования давления, а также характеристик регулирующих устройств и параметров их настройки. При этом, необходимо учитывать, как поведение системы в переходном режиме, так и изменение параметров в объекте регулирования - самом МНП.

Исходя из вышеизложенных разработка обобщенной идеологии расчета и анализа поведения систем с распределенными параметрами, идентифицируя системы с распределенными параметрами с распределенными базами данных к импульсным системам, с применением дискретного метода, выработка технологии адаптации расчетных моделей к реальным условиям эксплуатации рассматриваемых систем безотносительно к геометрической и динамической топологии является актуальной проблемой для исследование и анализа динамических процессов в магистральных трубопроводных системах.

Постановка задачи.

В этой связи в данной статье рассмотрено применение дискретного метода для решения одной из задач при разработке технологических основ управления сложными магистральными трубопроводными системами, разработка расчетной модели при дискретном регулировании производительности нефтеперекачивающих станций.

Как известно, в МНП, работающих в режиме «из насоса в насос», изменение условий перекачки нефти или его физико-химических свойств может привести к нарушению нормального режима работы системы насосной станции (НС) - магистральный трубопровод. Предотвращение подобных явлений и выбор наилучших режимов работы насосных агрегатов (НА) (НС) - системы достигаются регулированием режима работы НА на НС [2]..

Среди этих методов дискретный метод регулирования производительности, как один из способов регулирования режима работы на НС, нашел применение в существующих магистральных нефте - и продуктопроводах [3,4].

Методы решение.

В данной работе в качестве математического аппарата используются двукратное и дискретное преобразование Лапласа. При переходе от изображения к оригиналу функций применяются рекуррентные соотношения [5].

Известно, что исследование динамических процессов в магистральном нефтепроводе, сводится к решению уравнения движения и неразрывности, при соответствующих начальных и краевых условиях [1].

Исходя из вышеизложенного, для анализа неустановившихся режимов в магистральных трубопроводах, существенно исследование переходных процессов, возникающих в результате включения или отключения НА. Вследствие изменения производительности НС при ее включении или же выключении отдельных агрегатов меняется давление в трубопроводе до и после НПС. Изменение давления после источника возмущения будет влиять на производительность следующей НПС. При такой постановке задачи необходимо учитывать динамические характеристики двух прилегающих к НПС участков трубопровода, кроме того, в начале и в конце участков трубопровода величину изменения давления необходимо согласовать с характеристиками смежных НПС [1].

Как известно, математически задача сводится к решению уравнений неустановившегося движения жидкости до НПС и после нее [6,7]:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial\psi(u,t)}{\partial u} = k_{11}\dfrac{\partial j(u,t)}{\partial t} + k_{21} j(u,t), \\ -\dfrac{\partial\psi(u,t)}{\partial t} = k_{31}\dfrac{\partial j(u,t)}{\partial u} \quad \text{при} \quad 0 \le u \le 1, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial\phi(\xi,t)}{\partial \xi} = k_{12}\dfrac{\partial J(\xi,t)}{\partial t} + k_{22} J(\xi,t), \\ -\dfrac{\partial\phi(\xi,t)}{\partial t} = k_{32}\dfrac{\partial J(\xi,t)}{\partial \xi} \quad \text{при} \quad 0 \le \xi \le 1, \end{cases} \tag{2}$$

где $u = x/\ell_1$; $\xi = x/\ell_2$; $\psi = \dfrac{P_1 - P_{01}}{P_{1ном}}$; $j = \dfrac{Q_1 - Q_{01}}{Q_{1ном}}$;

$\phi = \dfrac{P_2 - P_{02}}{P_{2ном}}$; $J = \dfrac{Q_2 - Q_{02}}{Q_{2ном}}$ – соответственно относительные координаты, давление и расход жидкости прилегающих участков к НС; $P_{01}, P_{02}, Q_{01}, Q_{02}, P_{1ном}, Q_{1ном}, P_{2ном}, Q_{2ном}$ - соответственно давления, объемный расход, номинальные значения давления и объемного расхода на участках;

$$k_{11} = \rho\ell_1 \frac{Q_{1ном}}{P_{1ном} \cdot F_1 \cdot T}; k_{12} = \left(\frac{\lambda'_1 \omega_1}{2D_1}\right)_{ср} \cdot \frac{\rho\ell_1 \cdot Q_{1ном} \cdot T}{F_1 \cdot P_{ном}}; k_{31} = \frac{\rho c_1^2}{F_1} \cdot \frac{Q_{1ном}}{P_{1ном}} \cdot \frac{\ell_1}{T}; k_{21} = \rho\ell_2 \cdot \frac{Q_{2ном}}{P_{2ном} \cdot F_2 \cdot T};$$

$$k_{22} = \left(\frac{\lambda'_2 \omega_2}{2D_2}\right)_{ср} \cdot \frac{\rho\ell_2 \cdot Q_{2ном} \cdot T}{F_2 \cdot P_{2ном}}; \qquad k_{32} = \frac{\rho c^2}{F_2} \cdot \frac{Q_{2ном}}{P_{2ном}} \cdot \frac{\ell_2}{T};$$

Fi (i=1;2) - площадь поперечного сечения участков трубопровода; ℓ_i (i=1;2) - длина участков трубопровода; λi` (i=1;2) - коэффициент гидравлических сопротивлений участков; Di (i=1;2) - диаметры участков; ωi (i=1;2) - скорость течения жидкости.

Для решения этой задачи предполагаем, что известно закон распределения давления вдоль участков трубопровода, то есть

$$\psi(x,t)_{t=0} = \psi(x,0) = \psi(x),\ \varphi(x,t)_{t=0} = \varphi(x,0) = \varphi(x),$$

где ψ(x) и φ(x) - известные функции, определяющие начальные условия.

Решения системы уравнений (1), (2) получим при следующих граничных условиях, вытекающих непосредственно из условий поставленной задачи

при $u=0$, $\psi(x,t) = æ_1 j(0,t)$;

при $u=1$, $\xi=0$, $j(1,t)=J(0,t)$ - из условия непрерывности расхода в точке (3)
сопряжения двух участков, $j(1,t)=k_4\psi(1,t)- k_5\varphi(0,t)+d$;

при $\xi=1$, $\varphi(1,t)= \varphi(1,t) = æ_2 J(0,t)$,

где $æ_1$, $æ_2$ - характеристики смежных НС по давлению на выходе предыдущей и на входе последующей.

Необходимо определить изменение расхода жидкости через НПС и давления вдоль трубопровода при изменении количества работающих агрегатов на НПС.

Для решения поставленной задачи граничные условия (3) переводим в операторную форму [5]:

$$\text{при } u=0,\ \bar{\psi}(s) = æ_1 \bar{j}(s),$$

$$\text{при } u=1,\ \xi=0,\ \bar{j}(1,s) = \bar{j}(0,s) \tag{4}$$

$$j(1,s) = k_4\psi(1,s) - k_5\phi(0,s) + \frac{1}{s}d$$

$$\text{при } \xi=1,\ \varphi(1,s) = æ_2 J(0,s).$$

При указанных начальных и граничных условиях вида (4), решение системы уравнений в операторной форме, после двукратного преобразования Лапласа относительно искомых функций имеет вид:

$$\begin{cases} \overline{\psi}(u,s) = \left(æ_1 j(0,s) ch\gamma u - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} j(0,s) sh\gamma u, \right), \\ \bar{j}(u,s) = -\dfrac{\gamma}{sk_1 + k_2} j(0,s) \left[æ_1 \mathrm{sh}\gamma \mathrm{u} - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} ch\gamma u \right], \end{cases} \text{(при } 0 \le u \le 1) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \overline{\varphi}(\xi,s) = \overline{\varphi}(0,s) ch\gamma\xi - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} sh\gamma\xi \bar{J}(0,s), \\ \bar{J}(\xi,s) = -\dfrac{\gamma}{sk_1 + k_2} \left[\overline{\varphi}(0,s) sh\gamma\xi - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} \bar{J}(0,s) ch\gamma\xi \right] \end{cases}, \text{(при } 0 \le \xi \le 1), \quad (6)$$

обозначив

$$b_5 = æ_1 ch\gamma u - \frac{sk_1 + k_2}{\gamma} sh\gamma u,$$

$$b_6 = æ_1 sh\gamma u - \frac{sk_1 + k_2}{\gamma} ch\gamma u,$$

систему уравнений (5) перепишем в виде

$$\begin{cases} \overline{\psi}(u,s) = b_5 j(0,s), \\ \bar{j}(u,s) = -\dfrac{\gamma}{sk_1 + k_2} \cdot b_6 j(0,s) \end{cases}, \quad (7)$$

где $\overline{\psi}(u,s)$, $\bar{j}(u,s)$, $\bar{\phi}(\xi,s)$, $\bar{J}(\xi,s)$ - Лапласовая изображения функций $\psi(u,t)$, $j(u,t)$, $\varphi(\xi,t)$, $J(\xi,t)$, $\bar{\gamma}(s) = \sqrt{sk_2(k_3 + sk_1)}$ - коэффициент распространения волны.

В систему уравнений (5) и (6) входят неизвестные функции $\bar{j}(0,s)$, $\bar{\phi}(0,s)$, определения их осуществляются из системы уравнений (7) при условии u=1, совместно с граничным условием (4). Откуда после некоторых промежуточных математических выкладок для функции $\bar{j}(0,s)$ получаем:

$$\bar{j}(0,s) = \frac{k_5 \overline{\psi}(0,s)}{k_4 + \dfrac{\gamma}{sk_1 + k_2} \cdot b_4} - \frac{d}{s} \cdot \frac{1}{k_4 b_2 + \dfrac{\gamma}{sk_1 + k_2} \cdot b_4}, \quad (8)$$

где $b_2 = æ_1 \mathrm{ch}\gamma - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} sh\gamma$,

$b_4 = æ_1 \mathrm{sh}\gamma - \dfrac{sk_1 + k_2}{\gamma} ch\gamma$.

Неизвестная $\bar{\phi}(0,s)$.определяется из уравнение (6) при условии ξ=1, с учетом граничного условия:

$$\bar{\phi}(0,s) = \frac{k_4 b_1}{a_2} \cdot \psi(1,s) + \frac{1}{s} d \frac{b_1}{a_2}, \quad (9)$$

где

$$b_1 = \frac{sk_1 + k_2}{\gamma} sh\gamma + \alpha_2 \mathrm{ch}\gamma;$$

$$a_2 = \mathrm{ch}\gamma + (sk_1 + k_2)\frac{k_5}{\gamma} sh\gamma + \frac{e_2\gamma}{sk_1 + k_2} sh\gamma + e_2 k_5 \mathrm{ch}\gamma .$$

Учитывая (9) в (8) и полученное выражение в (7) получим

$$\overline{\psi}(u,s) = \frac{k_5 b_5 k_4 b_1 \overline{\psi}(1,s)}{\left(k_4 b_2 + \frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\cdot b_4\right)\cdot a_2} + \frac{d}{s}\cdot\frac{b_1 b_5 k_5 - a_2 k_5}{\left(k_4 b_2 + \frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\cdot b_4\right)\cdot a_2} \tag{10}$$

Пологая в (10) u=1 и после некоторых промежуточных математических выкладок получаем:

$$\overline{\psi}(s) = \frac{d}{s}\cdot\frac{b_5\left(b_1 k_5 - a_2\right)}{\left(k_4 b_2 + \frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\cdot b_4\right)\cdot a_2 - k_4 k_5 b_1 b_2} \tag{11}$$

Уравнения (11) в развернутой форме имеет вид:

$$\overline{\psi}(s) = -\frac{d}{s}\cdot\frac{ch\gamma + \frac{æ_2}{sk_1 + k_2}\gamma sh\gamma}{\Delta}\left(æ_1 ch\gamma u - \frac{sk_1 + k_2}{\gamma}\cdot sh\gamma u\right), \tag{12}$$

где

$$\Delta = \left(æ_1 k_4 - 1 - æ_2 k_5\right)ch^2\gamma + \left[\frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\left(æ_1 + æ_2 æ_1 æ_4 - æ_2 + æ_1 æ_2 æ_5\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{sk_1 + k_2}{\gamma}\left(k_4 + k_5\right)\right] + sh\gamma ch\gamma + \left[æ_1 k_5 - k_4 æ_2 + \left(\frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\right)^2 æ_1 æ_2\right]\cdot sh^2\gamma ,$$

Δ- характеристическое уравнение.

Пологая в (10) u=1 и учитывая его в (9) получим:

$$\overline{\varphi}(0,s) = \frac{d}{s}\cdot\frac{\frac{\gamma}{k_2} b_1 b_4}{\left(k_4 b_2 + \frac{\gamma}{sk_1 + k_2}\cdot b_4\right)\cdot a_2 - k_4 k_5 b_1 b_2} \tag{13}$$

учитывая (13) в (8) получим:

$$\overline{j}(0,s) = \frac{d}{s}\cdot\frac{k_5 b_1 - a_2}{\Delta} . \tag{14}$$

Аналогичным образом получаем:

$$\bar{j}(u,s)=\frac{d}{s}\cdot\frac{\frac{\gamma}{sk_1+k_2}\left(a_2-b_1k_5\right)b_6}{\Delta} \tag{15}$$

или в развернутом виде

$$\bar{j}(u,s)=\frac{d}{s}\cdot\left(\frac{\gamma}{sk_1+k_2}æ_2 sh\gamma u-ch\gamma u\right)\frac{ch\gamma+\frac{æ_2}{sk_1+k_2}\gamma sh\gamma}{\Delta}, \tag{16}$$

$$\bar{\varphi}(\xi,s)=\frac{d}{s}\cdot\frac{\frac{\gamma}{sk_1+k_2}b_1b_4b_3-a_2b_4sh\gamma\xi}{\Delta}, \tag{17}$$

где

$$b_3=ch\gamma\xi+\frac{sk_1+k_2k_5}{\gamma}sh\gamma\xi.$$

С учетом значений b1, b3, b4, a2 уравнения (17) имеет вид:

$$\begin{aligned}\bar{\varphi}(\xi,s)&=\frac{d}{s}\cdot\frac{1}{\Delta}\left(\frac{æ_1\gamma}{sk_1+k_2}sh\gamma-ch\gamma\right)\times\\&\times\left[\frac{sk_1+k_2}{\gamma}sh\gamma\left(1-\xi\right)+æ_2ch\gamma\left(1-\xi\right)\right]\end{aligned} \tag{18}$$

и аналогично для $\bar{J}(\xi,s)$ получим:

$$\begin{aligned}\bar{J}(\xi,s)&=\frac{d}{s}\cdot\frac{1}{\Delta}\left(\frac{æ_1}{sk_1+k_2}\gamma sh\gamma-ch\gamma\right)\times\\&\times\left[ch\gamma\left(1-\xi\right)+\frac{æ_2}{sk_1+k_2}\gamma sh\gamma\left(1-\xi\right)\right]\end{aligned} \tag{19}$$

Известно, что определение оригиналов функций в полученных выражениях (12), (16), (18), (19) по теореме разложения связано с определением полюсов, что при высоких показателях степени представляет значительную трудность. Поэтому в данной работе для определения оригиналов функций был применен другой метод, основанный на соотношениях, выведенных в [1].

Для перевода полученных выражений в дискретную форму, используются разложения гиперболических функций $sh\gamma$, $sh\gamma$ и с учетом этих выражений после некоторых преобразований получим:

$$\bar{\psi}(u,s)=\left\{c_1\left(\frac{1}{s}+2\bar{k}_1(s)+\bar{k}_2(s)\right)+c_2\frac{1}{\sqrt{k_1k_3}}\left[\bar{k}_3(s)-\bar{k}_4(s)\right]-c_4\sqrt{k_1k_3}\left[\bar{k}_5(s)-\bar{k}_6(s)\right]+\right.$$

$$\left.+c_3\left(\frac{1}{s}-2\bar{k}_1(s)-\bar{k}_2(s)\right)+\frac{æ_1æ_2}{k_1k_3}\left(\frac{1}{s}-2\bar{k}_{20}(s)-\bar{k}_{21}(s)\right)\right\}=$$

$$
\begin{aligned}
&= -\frac{1}{s} d \left\{ æ_1 \left(\bar{k}_7(s) + \bar{k}_8(s) + \bar{k}_9(s) + \bar{k}_{10}(s) \right) - \sqrt{k_1 k_3} \left(\bar{k}_4(s) - \bar{k}_{12}(s) + \bar{k}_{13}(s) - \bar{k}_{14}(s) \right) + \right. \\
&+ \frac{æ_1 æ_2}{\sqrt{k_3 k_3}} \left(\bar{k}_{15}(s) + \bar{k}_{16}(s) - \bar{k}_{17}(s) - \bar{k}_{18}(s) \right) - æ_2 \left(\bar{k}_7(s) - \bar{k}_8(s) - \bar{k}_9(s) + \bar{k}_{10}(s) \right)
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
\begin{aligned}
&\bar{j}(u,s) = \left\{ c_1 \left(\frac{1}{s} + 2\bar{k}_1(s) + \bar{k}_2(s) \right) + c_2 \frac{1}{\sqrt{k_2 k_3}} \left(\bar{k}_3(s) - \bar{k}_4 \right) - c_4 \sqrt{k_1 k_3} \left(\bar{k}_5(s) - \bar{k}_6(s) \right) + \right. \\
&\left. + c_3 \left(\frac{1}{s} - \bar{k}_4(s) - \bar{k}_2(s) \right) + \frac{æ_1 æ_2}{k_3 k_3} \times \left(\left(\frac{1}{s} - \bar{k}_{20}(s) - \bar{k}_{21}(s) \right) \right) \right\} = \frac{1}{s} d \left\{ æ_1 - \frac{æ_1}{\sqrt{k_1 k_3}} \times \right. \\
&\left. \times \left(\bar{k}_{15}(s) - \bar{k}_{16}(s) + \bar{k}_{17}(s) - \bar{k}_{18}(s) \right) - \left(1 - \frac{æ_1 æ_2}{k_1 k_3} \right) - \left(\bar{k}_7(s) - \bar{k}_8(s) + \bar{k}_9(s) - \bar{k}_{10}(s) \right) \right\}
\end{aligned}
\quad . \tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
&\varphi(\xi,s) = \left\{ c_1 \left(\bar{k}_{60}(s) + 2\,\bar{k}_{63}(s) + \bar{k}_{80}(s) \right) + c_2 \frac{1}{\sqrt{k_1 k_3}} \times \left(\bar{k}_{65}(s) + \bar{k}_{80}(s) \right) - \right. \\
&- c_4 \sqrt{k_1 k_3} \left(\bar{k}_{86}(s) + \bar{k}_{87}(s) \right) + + c_3 \left(\bar{k}_{60}(s) - 2\bar{k}_{63}(s) - \bar{k}_{80}(s) \right) + \frac{æ_1 æ_2}{k_1 k_3} \times \\
&\left. \times \left(\bar{\kappa}_{81}(s) - 2\bar{\kappa}_{82}(s) - \bar{\kappa}_{83}(s) \right) \right\} - \frac{d}{s} \left\{ A \sqrt{k_1 k_3} \cdot \bar{k}_{94}(s) + B \sqrt{k_1 k_3} \times \right. \\
&\times \left(\bar{k}_{64}(s) - \bar{k}_{71}(s) + \bar{k}_{72}(s) \right) - \bar{k}_1 \bar{k}_3 \bar{k}_5 (\bar{k}_{95}(s) + \bar{k}_{73}(s) - 2\bar{k}_{75}(s) + \\
&+ \bar{k}_{76}(s) + \bar{k}_{78}(s)) + \left(c \left(\frac{1}{s} \right) + \bar{k}_{63}(s) \right) + c_{10} \left(\bar{k}_{60}(s) + \bar{k}_{70}(s) \right) + \\
&+ 2æ_1 æ_2 \bar{k}_5 \left(\bar{k}\bar{k}_{61}(s) + \bar{k}_{62}(s) \right) - 2\sqrt{k_1 k_3} \left(\bar{k}_{68}(s) - \bar{k}_{69}(s) \right) + \\
&+ 2æ_1 æ_2 \frac{1}{\sqrt{k_1 k_3}} \left(\bar{k}_{76}(s) + \bar{k}_{77}(s) \right) + \frac{æ_1 æ_2}{\sqrt{k_1 k_3}} \cdot \left(\frac{1}{s} - \bar{k}_{65}(s) + \bar{k}_{79}(s) - \bar{k}_{66}(s) \right) - \\
&- b_{20} \left(\frac{1}{s} - \bar{k}_{60}(s) - 2\bar{k}_{61}(s) - 2\bar{k}_{62}(s) - \bar{k}_{70}(s) - \bar{k}_{63}(s) \right) + b_{21} \sqrt{k_1 k_3} \cdot \\
&\cdot \left(\frac{1}{s} + \bar{k}_{64}(s) \right) - æ_1^2 \frac{1}{\sqrt{k_1 k_3}} \left(\frac{1}{s} + \bar{k}_{65}(s) - \bar{k}_{66}(s) - \bar{k}_{67}(s) \right) - \\
&\left. - 2\bar{k}_1 \left(\bar{k}_{68}(s) - \bar{k}_{69}(s) \right) - b_{22} \left(\bar{\bar{k}}_{70}(s) - \bar{k}_{63}(s) \right) \right\}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
\begin{aligned}
&\bar{J}(\xi,s) = \left\{ c_1 \left(\bar{k}_{60}(s) + 2\bar{k}_{63}(s) + \bar{k}_{80}(s) \right) + c_2 \frac{1}{\sqrt{k_1 k_3}} \left(\bar{k}_{65}(s) + \bar{k}_{20}(s) \right) - \right. \\
&\qquad - c_4 \sqrt{\bar{k}_1 \bar{k}_3} \left(\bar{k}_{86}(s) + \bar{k}_{87}(s) \right) + c_3 \left(\bar{k}_{60}(s) - 2\bar{k}_{63}(s) - \bar{k}_{80}(s) \right) + \frac{æ_1 æ_2}{\bar{k}_1 \bar{k}_3} \times \\
&\times \left(\bar{k}_{81}(s) - 2\bar{k}_{82} - 2\bar{k}_{83}(s) \right) = -\frac{d}{s} \left\{ \left[k \left[æ_1^2 \frac{1}{\sqrt{k_1 k_3}} \times \left(\frac{1}{s} + \bar{k}_{76}(s) + \bar{k}_{79}(s) + \bar{k}_{65}(s) + 2\bar{k}_{77}(s) + \bar{k}_{66}(s) \right) - \right. \right. \right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\sqrt{k_1k_3}\left(\frac{1}{s}+\bar{k}_{64}(s)-\bar{k}_{68}(s)-2\bar{k}_{69}(s)+\bar{k}_{71}(s)+\bar{k}_{72}(s)\right)\Bigg]+\frac{1}{k_1k_3}\cdot æ_1^2\left(\frac{1}{s}-\bar{k}_{30}(s)-\bar{k}_{31}(s)-\bar{k}_{32}(s)\right)\\
&\cdot\left[-2\bar{k}_1\sqrt{k_1k_3}\times\left(\frac{1}{s}+(s)+\bar{k}_{64}(s)+\bar{k}_{79}(s)+\bar{k}_{66}(s)\right)+k_1k_3\left(\frac{1}{s}+\bar{k}_{73}(s)-\bar{k}_{33}(s)-\bar{k}_{34}(s)\right)\right]\Bigg]-\\
&-\Big[æ_1^2\left(\bar{k}_{35}(s)-\bar{k}_{36}(s)-\bar{k}_{37}(s)+\bar{k}_{38}(s)\right)+æ_1^2\sqrt{k_1k_3}\left(\bar{k}_{40}(s)-\bar{k}_{41}(s)+3\bar{k}_{42}(s)-\bar{k}_{43}(s)\right)-\\
&-æ_1^2\sqrt{k_1k_3}\left(\bar{k}_{40}(s)-3\bar{k}_{41}(s)+\bar{k}_{42}(s)-\bar{k}_{43}(s)\right)-k_1k_3\bar{k}_{44}(s)-\bar{k}_{45}(s)-\bar{k}_{46}(s)+\bar{k}_{47}(s))+\\
&+æ_1^2æ_2\left(\bar{k}_{35}(s)+\bar{k}_{36}(s)-\bar{k}_{37}(s)-\bar{k}_{38}(s)\right)+æ_1æ_2(\bar{k}_{35}(s)+3\bar{k}_{36}(s)+3\bar{k}_{37}(s)+3\bar{k}_{38}(s))-\\
&-æ_1æ_2\left(\bar{k}_{35}(s)-\bar{k}_{36}(s)-\bar{k}_{37}(s)+\bar{k}_{38}(s)\right)-æ_2\sqrt{k_1k_3}\left(\bar{k}_{40}(s)+\bar{k}_{41}(s)-\bar{k}_{42}(s)-\bar{k}_{43}(s)\right)\Big]\Big\}
\end{aligned}
\tag{23}
$$

где

$$
\begin{aligned}
c_1 &= k_4\alpha_1 - k_5\alpha_2 - 1;\\
c_2 &= æ_1 - æ_2 + k_4æ_1æ_2 + k_5æ_1æ_2;\\
c_3 &= k_4æ_1 - k_5æ_2;\\
c_4 &= k_4 + k_5.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

$\bar{k}_i(s)$ - Лапласовые изображения соответствующих функций.

Полагая $s = \lambda' q / T$, где-λ' - любое целое число (λ'=1,2,3...), s-Лапласовый оператор, полученные уравнения (12), (16), (18), (19) переводим в дискретную форму.

Так например, после некоторых математических выкладок уравнения (20) в дискретной форме имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\psi^*(\delta,q)=\left\{\frac{e^q}{e^{q-1}}+2k_1^*(q)+k_2^*(q)\frac{c_1}{c_{13}}+\frac{c_2}{c_{13}}\cdot\frac{1}{\sqrt{sk_1k_3}}\cdot\left[k_3^*(q)-k_4^{\bullet}(q)\right]-\frac{c_4}{c_{13}}\sqrt{k_1k_3}\left[k_5^*(q)-k_6^*(q)\right]+\right.\\
&\left.+\frac{c_3}{c_{13}}\left(\frac{e^q}{e^{q-1}}-2k_1^*(q)+k_2^*(q)\right)+\frac{æ_1æ_2}{c_{13}k_1k_3}\left(k_{19}^*(q)-2k_{20}^*(q)-k_{21}^*(q)\right)\right\}=-\frac{e^q}{e^{q-1}}\cdot\frac{d}{c_{13}}\\
&\left\{(æ_1+k_7^*(q)+k_8^*(q)+k_9^*(q)+k_{10}^*(q))-\sqrt{k_1k_3}(k_{11}^*(q)-k_{12}^*(q)+k_{13}^*(q)-k_{14}^*(q))+\right.\\
&\left.+\frac{æ_1æ_2}{\sqrt{k_1k_3}}(k_{15}^*(q)+k_{16}^*(q)-k_{17}^*(q)-k_{18}^*(q))-e_2\left(k_7^*(q)-k_8^*(q)-k_9^*(q)-k_{10}^*(q)\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{25}
$$

После чего, применяя теорему свертки, получаем выражение для определения $\psi[\delta,n]$, $j[\delta,n]$, $\phi[\delta,n]$, $J[\delta,n]$ в области оригиналов.

$$
\begin{aligned}
&\psi[\delta,n]=-\frac{d}{c_{13}}\left\{(æ_1-æ_2)\sum_{m=0,5\lambda(1-u)}^{n}k_7[m]+(æ_1+æ_2)\sum_{m=0,5\lambda(1+u)}^{n}k_8[m]+(æ_1+æ_2)\sum_{m=0,5\lambda(3-u)}^{n}k_9[m]+\right.\\
&+(æ_1-æ_2)\sum_{m=0,5\lambda(3+u)}^{n}k_{10}[m]-\sqrt{k_1k_3}\times\left(\sum_{m=0,5\lambda(1-u)}^{n}k_{11}[m]-\sum_{m=0,5\lambda(1+u)}^{n}k_{12}[m]+\sum_{m=0,5\lambda(3-u)}^{n}k_{13}[m]-\sum_{m=0,5\lambda(3+u)}^{n}k_{14}[m]\right)+\\
&+\frac{æ_1æ_2}{\sqrt{k_1k_3}}\left(\sum_{m=0,5\lambda(1-u)}^{n}k_{15}[m]+\sum_{m=0,5\lambda(1+u)}^{n}k_{16}[m]-\sum_{m=0,5\lambda(3-u)}^{n}k_{17}[m]-\sum_{m=0,5\lambda(3+u)}^{n}k_{18}[m]\right)\Bigg\}-\frac{c_1-c_3}{c_{13}}\times
\end{aligned}
$$

$$\times\left(2\sum_{m=\lambda}^{n}k_1[m]\psi[n-m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_2[m]\psi[n-m]\right)-\frac{c_2}{c_{13}\sqrt{k_1k_3}}\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_3[n-m]\psi[m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_4[m]\psi[n-m]\right)+$$
$$+\frac{c_4\sqrt{k_1k_3}}{c_{13}}\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_5[n-m]\psi[m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_6[m]\psi[n-m]\right)-\frac{æ_1æ_2}{c_{13}k_1k_3}\times \tag{26}$$
$$\times\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_{19}[n-m]\psi[m]-2\sum_{m=\lambda}^{n}k_{20}[m]\psi[n-m]-\sum_{m=2\lambda}^{n-1}k_{21}[m]\psi[n-m]\right)-\frac{1}{c_{13}}\sum_{m=0}^{n-1}\psi[m],$$

где

$$c_{13}=c_1+c_3+\frac{s_2}{\sqrt{k_1k_3}}k_3[0]-c_4\sqrt{k_1k_3}\,k_5[0]+\frac{æ_1æ_2}{k_1k_3}k_{19}[0]$$

$k_i[n]$ - оригиналы функций $\overline{\kappa}_i(s)$, так например:

$$k_i[n]=\begin{cases}0,\text{при }\ m<\lambda\theta\\ e^{-\alpha T\theta}+\theta\alpha\lambda\sum\limits_{m=\lambda\theta}^{n}e^{-\frac{\alpha Tm}{\lambda}}\dfrac{I_1\left(\frac{\alpha T}{\lambda}\sqrt{m^2-(\lambda\theta)^2}\right)}{\sqrt{m^2-(\lambda\theta)^2}},\ m>\theta\lambda\end{cases}$$

причем, при $i=1,\quad \theta=1,$ а при $\quad i=2,\quad \theta=2$,

$k_3[n]=e^{-\frac{\alpha nT}{\lambda}}I_0\left(\frac{\alpha nT}{\lambda}\right)\qquad$ при $\qquad n\ge 0,$ и т.д.

$$j[\delta,n]=\frac{d}{c_{13}}\left\{\frac{1}{\sqrt{k_1k_3}}(æ_1-æ_2)\begin{pmatrix}\sum\limits_{m=0,5\lambda(1-u)}^{n}k_{15}[m]-\sum\limits_{m=0,5\lambda(1+u)}^{n}k_{16}[m]+\\+\sum\limits_{m=0,5\lambda(3-u)}^{n}k_{17}[m]-\sum\limits_{m=0,5\lambda(3+u)}^{n}k_{18}[m]\end{pmatrix}-\left(\frac{æ_1æ_2}{k_1k_3}-1\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\sum_{m=0,5\lambda(1-u)}^{n}k_7[m]-\sum_{m=0,5\lambda(1+u)}^{n}k_8[m]+\sum_{m=0,5\lambda(3-u)}^{n}k_{19}[m]-\sum_{m=0,5\lambda(3+u)}^{n}k_{10}[m]\right)\right\}-\frac{2c_1-c_3}{c_{13}}\times$$
$$\times\left(\sum_{m=\lambda}^{n}k_1[m]j[n-m]+\sum_{m=2\lambda}^{n}k_2[m]j[n-m]\right)-\frac{c_2}{\sqrt{k_1k_3}\cdot c_{13}}\times \tag{27}$$
$$\times\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_3[n-m]j[m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_4[m]j[n-m]\right)-\frac{c_4\sqrt{k_1k_3}}{c_{13}}\times\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_5[n-m]j[m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_6[m]j[n-m]\right)-$$
$$-\frac{æ_1æ_2}{k_1k_3c_{13}}\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_{19}[n-m]j[m]-2\sum_{m=\lambda}^{n}k_{20}[m]j[n-m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_{21}[m]j[n-m]\right)-\frac{1}{c_{13}}\sum_{m=0}^{n-1}j[m],$$

$$\varphi[\delta,n]=-\frac{1}{kij(0)}\left\{d\left[\sqrt{k_1k_3}\,(A\sum_{m=0}^{n}k_{94}[m]\cdot 1\cdot[n-m]+B\sum_{m=\xi\lambda}^{n}k_{64}[m]\cdot 1\cdot[n-m]--2B\sum_{m=\xi\lambda}^{n}k_{65}[m]\cdot\right.\right.$$
$$1\cdot[n-m]+2\sum_{m=(1+\xi\lambda)}^{n}k_{69}[m]\cdot 1\cdot[n-m]-B\sum_{m=2\xi\lambda}^{n}k_{71}[m]+\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n}k_{72}[m]-2K_4\left(\sum_{m=\lambda)}^{n}k_{68}[m]-\sum_{m=(1+\xi\lambda)}^{n}k_{69}[m])\right)-$$

$$-k_4k_3k_5(\sum_{m=0}^{n}k_{95}[m]+\sum_{m=0}^{n}k_{73}[m]-2\sum_{m=0}^{n}k_{74}[m]++2\sum_{m=0}^{n}k_{75}[m]+\sum_{m=\lambda}^{n}k_{76}[m]+\sum_{m=0}^{n}k_{78}[m]+$$

$$+C\left(\frac{nt}{\lambda}+\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n}k_{63}[m]\right)+C_{10}\left(\sum_{m=\lambda)}^{n}k_{60}[m]+\sum_{m=\lambda)}^{n}k_{70}[m]\cdot 1\cdot[n-m]\right)+2æ_1æ_2æ_5\times$$

$$\times\left(\sum_{m=\lambda)}^{n}k_{61}[m]\cdot 1\cdot[n-m]+\sum_{m=(1+\xi)\lambda}^{n}k_{62}[m]\cdot 1\cdot[n-m]\right)+2æ_1æ_2\frac{1}{\sqrt{k_1k_3}}\sum_{m=\lambda)}^{n}k_{76}[m]\cdot 1\cdot[n-m]+$$

$$+\sum_{m=(1+\xi)\lambda}^{n}k_{77}[m]\cdot 1\cdot[n-m]\Bigg)+\frac{æ_1æ_2}{\sqrt{k_1k_3}}\times\left(\frac{\mathrm{nT}}{\lambda}-\sum_{m=\xi\lambda}^{n}k_{65}[m]\cdot 1[n-m]+\sum_{m=0}^{n}k_{79}[m]\cdot 1[n-m]-\right.$$

$$\left.-\sum_{m=(2-\xi)\lambda}^{n}k_{66}[m]\cdot 1[n-m]\right)-b_{20}\left(\frac{\mathrm{nT}}{\lambda}-\sum_{m=\xi\lambda}^{n}k_{60}[m]\cdot 1[n-m]+2\sum_{m=\lambda}^{n}k_{61}[m]-2\sum_{m=(1+\xi)\lambda}^{n}k_{62}[m]-\sum_{m=2\lambda}^{n}k_{70}[m]-\right.$$

$$-\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n}k_{63}[m]+b_{21}\sqrt{k_1k_3}\sum_{m=0}^{n}k_{64}[m]-æ_1^2\frac{1}{\sqrt{k_1k_3}}\left(\sum_{m=0}^{n}k_{100}[m]+\sum_{m=\xi\lambda}^{n}k_{65}[m]-\sum_{m=(2-\xi)\lambda}^{n}k_{66}[m]-\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n}k_{67}[m]\right)+$$

$$+b_{22}\left(\sum_{m=2\lambda}^{n}k_{70}[m]-\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n}k_{63}[m])\right)\Bigg]-\Bigg[\Bigg(\sum_{m=0}^{n-1}\psi[m]\cdot k_{60}[n-m]+2\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{63}[n-m]+$$

$$+\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{80}[n-m])\ c_1+c_2\frac{1}{k_1k_3}\left(\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{65}[n-m]+\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{80}[n-m]\right)-$$

$-$

$$+\mathrm{c}_2\frac{1}{\mathrm{k}_1\mathrm{k}_3}\left(\sum_{\mathrm{m}=0}^{\mathrm{n}-1}\phi[\mathrm{m}]\cdot\mathrm{k}_{65}[\mathrm{n}-\mathrm{m}]+\sum_{\mathrm{m}=0}^{\mathrm{n}-1}\phi[\mathrm{m}]\cdot\mathrm{k}_{80}[\mathrm{n}-\mathrm{m}]\right)-$$

$$-\mathrm{c}_4\sqrt{\mathrm{k}_1\mathrm{k}_3}\left(\sum_{\mathrm{m}=0}^{\mathrm{n}-1}\phi[\mathrm{m}]\cdot\mathrm{k}_{86}[\mathrm{n}-\mathrm{m}]+\sum_{\mathrm{m}=0}^{\mathrm{n}-1}\phi[\mathrm{m}]\cdot\mathrm{k}_{87}[\mathrm{n}-\mathrm{m}]\right)+$$

$$+c_3\left(\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{60}[n-m]-2\sum_{m=(2+\xi)\lambda}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{63}[n-m]-\right.$$

$$\left.-\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_8[n-m]\right)+\frac{æ_1æ_2}{\mathrm{k}_1\mathrm{k}_3}\left(\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{81}[n-m]-\right. \tag{28}$$

$$\left.\left.\left.-2\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{82}[n-m]-\sum_{m=0}^{n-1}\varphi[m]\cdot k_{83}[n-m]\right)\right]\right\}$$

где $k_{ij}[0]=k_{60}[0]+2k_{63}[0]+k_{80}[0]+c_3(k_{60}[0]-k_{63}[0]-k_{80}[0])+\frac{æ_1æ_2}{\mathrm{k}_1k_3}\left(k_{81}[0]-2k_{82}[0]-k_{83}[0]\right)$

Согласно оригиналом функций:

$$\mathrm{k}_{60}[0]=\mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{2}\xi\tau};\quad \mathrm{k}_{63}[0]=\exp\left[-\frac{\alpha}{2}(2+\xi)\tau\right];$$

$$\mathrm{k}_{80}[0]=\exp\left[-\frac{\alpha}{2}(4+\xi)\tau\right];\quad \mathrm{k}_{81}[0]=\exp\left(-\frac{\alpha}{2}0,5\xi\mathrm{T}\right);$$

$$k_{82}[0] = \exp\left[-\frac{\alpha}{2}0,5(2+\xi)T\right]; \qquad k_{83}[0] = \exp\left[-\frac{\alpha}{2}0,5(4+\xi)T\right]$$

$J(\xi, s)$ - в области оригиналов имеет вид:

$$J[\delta,n] = -\frac{d}{k_{ij}[0]}\left\{\sum_{m=0}^{n} k'_{\ell m}[m]\cdot 1[n-m] - \sum_{m=0}^{n-1} J[m]k_{ij}[n-m]\right\}. \tag{29}$$

Полученные выражения определяют функции $\psi(x,t), j(x,t), \phi(x,t), J(x,t)$ для любой точки исследуемой системы.

При $t\to\infty$ переходный процесс, вызванный по той или иной причине, будет затухать и окончательное распределение давления будет соответствовать установившему режиму перекачки. При $t\to\infty$ согласно (10), 16), (18), (19), в магистрали установится следующее распределение искомых параметров:

$$\psi(n) = \frac{d(-æ_1 + k_2 u)}{æ_1 k_4 - 1 - æ_2 k_5 - k_2(k_4 + k_5)}, \tag{30}$$

$$j(n) = -\frac{d}{æ_1 k_4 - æ_2 k_5 - 1 - k_2(k_4 + k_5)}, \tag{31}$$

$$\varphi(\xi) = -\frac{dk_2(1 - \xi + \frac{æ_2}{k_2})}{æ_1 k_4 - 1 - æ_2 k_5 - k_2(k_4 + k_5)}, \tag{32}$$

$$J(\xi(= -\frac{d}{æ_1 k_4 - 1 - æ_2 k_5 - k_2(k_4 + k_5)}. \tag{33}$$

В частном случае, при пренебрежении инерционным членом в исходных уравнениях (1, 2) решение поставленной задачи имеет вид:

$$\overline{\psi}(u,s) = -\frac{d}{s}\cdot\frac{ch\gamma + \frac{æ_2}{k_2}\gamma_1 sh\gamma_1}{\Delta_1}\left(æ_1 ch\gamma_1 u - \frac{k_2}{\gamma_1}sh\gamma_1 u\right), \tag{34}$$

$$\bar{j}(u,s) = \frac{d}{s}\cdot\left(\frac{\gamma_1}{k_2}æ_1 sh\gamma_1 u - ch\gamma_1 u\right)\frac{ch\gamma_1 + \frac{æ_2}{k_2}\gamma_1 sh\gamma_1}{\Delta_1}, \tag{35}$$

$$\bar{\varphi}(\xi,s) = \frac{d}{s}\cdot\frac{1}{\Delta_1}\left(\frac{æ_1\gamma_1}{k_2}sh\gamma_1 u - ch\gamma_1\right)\left[\frac{k_2}{\gamma_1}sh\gamma_1(1-\xi) + æ_2 ch\gamma_1(1-\xi)\right], \tag{36}$$

$$J(\xi(s) = \frac{d}{s}\cdot\frac{1}{\Delta_1}\left(\frac{k_1}{k_2}\gamma_1 sh\gamma_1 - ch\gamma_1\right)\left[ch\gamma_1(1-\xi) + \frac{æ_2}{k_2}\gamma_1 sh\gamma_1(1-\xi)\right], \tag{37}$$

где

$$\Delta_1 = \left(æ_1 k_4 - 1 - æ_2 k_5 \right) \mathrm{ch}^2 \gamma_1 + [\frac{\gamma}{k_2}\left(æ_1 + æ_1 æ_2 k_4 - æ_2 + æ_1 æ_2 k_5 \right) -$$

$$-\frac{k_2}{\gamma_1}\left(k_4 + k_5\right)] \mathrm{sh}\gamma_1 \mathrm{ch}\gamma_1 + \left[æ_1 k_5 - æ_2 k_4 + \left(\frac{\gamma_1}{k_2}\right)^2 \cdot æ_1 æ_2 \right] \cdot \mathrm{sh}^2 \gamma_1 ,$$

$\gamma_1 = \sqrt{\dfrac{k_2}{k_3 S}}$ коэффициент распространения волны.

При этом, в области оригиналов в выражениях определяющих искомых функций участвуют функции ошибок Гаусса.

Расчетные формулы по своему внешнему виду, за исключением некоторых отличий, схожи с выражениями (20-23), полученными при учете инерционного слагаемого в исходных уравнениях.

Так, например, выражения для $\psi[\delta, n]$, имеет вид:

$$\begin{aligned}
\psi[\delta,n] = &-\frac{d}{c_{13}}\Bigg\{(æ_1 - æ_2)\sum_{m=0}^{n} k'_7[m] + (æ_1 + æ_2)\left(\sum_{m=0}^{n} k'_8[m] + \sum_{m=0}^{n} k'_9[m]\right) + (æ_1 - æ_2) \times \\
&\times \sum_{m=0}^{n} k'_{10}[m] - \sqrt{k_2 k_3}\,(\sum_{m=0}^{n} k'_{11}[m] - \sum_{m=0}^{n} k'_{12}[m] + \sum_{m=0}^{n} k'_{13}[m] - \sum_{m=0}^{n} k'_{14}[m]) + \frac{æ_1 æ_2}{\sqrt{k_2 k_3}} \times \sum_{m=0}^{n} k'_{15}[m] + \sum_{m=0}^{n} k'_{16}[m] - \\
&- \sum_{m=0}^{n} k'_{17}[m] - \sum_{m=0}^{n} k'_{18}[m]\Bigg\} - \frac{c_1 - c_3}{c_{13}}\left(2\sum_{m=0}^{n-1} k'_1[m]\psi[n-m] - \sum_{m=0}^{n-1} k'_2[n-m]\psi]\psi[\right) - \frac{c_2}{c_{13}\sqrt{k_2 k_3}} \times \\
&\times \left(\sum_{m=0}^{n-1} k'_3[n-m]\psi[m] - \sum_{m=0}^{n} k'_4[n-m]\psi[m] - \right) + \frac{c_4\sqrt{k_2 k_3}}{c_{13}}\left(\sum_{m=0}^{n-1} k'_5[n-m]\psi[m] - \sum_{m=0}^{n-1} k'_6[n-m]\psi[m]\right) + \\
&+ \frac{æ_1 æ_2}{c_{13} k_2 k_3}\left(2\sum_{m=0}^{n-1} k'_{20}[n-m]\psi[m] + \sum_{m=0}^{n-1} k'_{21}[n-m]\psi[m] - \frac{1}{c_{13}}\sum_{m=0}^{n-1}\psi[m]\right)
\end{aligned} \tag{38}$$

где $k_1^{/}[n]$ - оригиналы функций $\overline{k}'_i(u,s)$, определяемое по [8]. Так например,

$$k'_1[n] = \mathrm{erfc}\frac{1}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}}; \qquad k'_2[n] = \mathrm{erfc}\frac{2}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}}; \qquad k = \frac{k_2}{k_3}; k'_3[n] = \frac{1}{\sqrt{\pi\frac{nT}{\lambda}}};$$

$$k'_4[n] = \frac{1}{\sqrt{\pi\frac{nT}{\lambda}}} \cdot e^{-\frac{\alpha\lambda}{4nT}}; \qquad \alpha = 2\sqrt{k}; k'_5[n] = 2\sqrt{\frac{\frac{nT}{\lambda}}{\pi}};$$

$$k'_6[n] = 2\sqrt{\frac{\frac{nT}{\lambda}}{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{4k}{\frac{nT}{\lambda}}\right) - 4\sqrt{k}\,\mathrm{erfc}\left(2\sqrt{\frac{k}{\frac{nT}{\lambda}}}\right);$$

$$k'_7[n] = \mathrm{erfc}\frac{\sqrt{k}(1-u)}{2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}}}; \qquad k'_8[n] = \mathrm{erfc}\frac{(1+u)\sqrt{k}}{2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}}}; \quad k'_i[n] = \mathrm{erfc}\frac{\theta\sqrt{k}}{2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}}};$$

где i=9,10, при θ=3-u, 3+u;

$$k'_{i_1}[n] = 2\sqrt{\frac{nT}{\lambda\pi}}\exp\left(-\frac{(\theta_1)^2 k}{4\frac{nT}{\lambda}}\right) - \sqrt{k}(\theta_1)\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\theta_1 k}{\frac{nT}{\lambda}}}\right);$$

i1 =11, 12, 13, 14 и при этом соответственно θ_1 =1-u; 1+u; 3-u; 3+u;

$$k'_{i_2}[n] = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi nT}{\lambda}}}\exp\left(-\frac{(\theta_2)^2 k}{4\frac{nT}{\lambda}}\right),$$ i=15, 16, 17, 18, - соответственно θ_2 =1-u; 1+u; 3-u; 3+u.

$$k'_{20}[n] = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{k\lambda}{nT}\right); \quad k'_{21}[n] = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{4k\lambda}{nT}\right);$$

где $\mathrm{erfcx} = 1 - \mathrm{erfx};$ $\mathrm{erfx} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx$ - Функция ошибок Гаусса. Отметим, что функция erfx быстро уменьшается с увеличением аргумента.

Рассмотрим решение задач динамики на конкретных примеров по предложенной методики.

1. Рассмотрим переходные процессы в магистральном трубопроводе при нулевых начальных условиях и следующих граничных условиях (в операторной форме):

при u = 0, $\psi(0,s)=0;$

при u =1, ξ=0 , $\bar{j}(1,s) = J(0,s) = k_4\ \psi(1,s) - k_5\ \varphi(0,s);$ (39)

при ξ=1, $J(1,s) = \frac{1}{s}J,$

то есть, рассмотрим переходные процессы при скачкообразном (единичном) изменении расхода в конце магистрали (ξ=1).

Согласно разработанному алгоритму при нулевых начальных и граничных условиях вида (39) решение системы уравнений (1, 2) в области изображений имеет вид:

$$\bar{\psi}(u,s) = -\frac{1}{s}\cdot J\frac{sk_1+k_2}{\gamma}k_5\frac{\mathrm{sh}\gamma u}{k_4\mathrm{sh}^2\gamma + \frac{\gamma}{sk_1+k_2}\mathrm{ch}\gamma\cdot\mathrm{sh}\gamma + k_5\mathrm{ch}^2\gamma}, \tag{40}$$

$$\bar{j}(u,s) = \frac{1}{s}\cdot Jk_5\frac{\mathrm{ch}\gamma u}{k_4\mathrm{sh}^2\gamma + \frac{\gamma}{sk_1+k_2}\mathrm{ch}\gamma\cdot\mathrm{sh}\gamma + k_5\mathrm{ch}^2\gamma}, \tag{41}$$

$$\bar{\phi}(\xi,s) = -\frac{1}{s}\cdot J\frac{sk_1+k_2}{\gamma}\cdot\frac{\left[\left(\frac{\gamma}{sk_1+k_2} - h\gamma + k_4\mathrm{sh}\gamma\right)\mathrm{ch}\gamma\xi + k_5\mathrm{ch}\gamma\cdot\mathrm{sh}\gamma\xi\right]}{k_4\mathrm{sh}^2\gamma + \frac{\gamma}{sk_1+k_2}\mathrm{ch}\gamma\cdot\mathrm{sh}\gamma + k_5\mathrm{ch}^2\gamma}, \tag{42}$$

$$\bar{J}(\xi,s) = -\frac{1}{s}\cdot J\left[\left(k_4\mathrm{sh}\gamma - \frac{\gamma}{sk_1+k_2}\mathrm{ch}\gamma\right)\mathrm{sh}\gamma\xi + k_5\mathrm{ch}\gamma\ \mathrm{ch}\gamma\xi\right]. \tag{43}$$

В частном случае, когда пренебрегается инерционным слагаемым $\left(\frac{\partial\, j(x,t)}{\partial\, t}\right)$ в исходных уравнениях, полученные выражения из (40÷43) полностью совпадают с выражениями, полученными в работе [6]. Выражение для $\overline{\psi}(u,s)$ в области оригиналов имеет вид:

$$\begin{aligned}\psi[\delta,n] &= -2Jk_5\sqrt{k_2k_3}\left(\sum_{m=0}^{n}k_5[m]\cdot 1[n-m]-\sum_{m=0}^{n}k_6[m]\cdot 1[n-m]\right)\times\frac{1}{k_4+k_5}+\frac{2(k_4-k_5)}{k_4+k_5}\times\\ &\times\sum_{m=\lambda}^{n}k_1[m]\psi[n-m]+\frac{k_4-k_5}{k_4+k_5}\sum_{m=\lambda}^{n}k_2[m]\psi[n-m]-\frac{1}{\sqrt{k_2k_3}(k_4+k_5)}\times\\ &\times\left(\sum_{m=0}^{n-1}k_3[n-m]\psi[m]-\sum_{m=0}^{n-1}k_4[m]\cdot\psi[n-m]\right)-\sum_{m=0}^{n-1}\psi[m],\end{aligned} \tag{44}$$

где

$$k_i[n]=\begin{cases}0 \quad , \text{ при } \quad m<\lambda\\ e^{-\alpha T}+\alpha\lambda\sum\limits_{m=\lambda}^{n}e^{-\frac{\alpha Tm}{\lambda}}\dfrac{I_1\left(\frac{\alpha T}{\lambda}\sqrt{m^2-\lambda^2}\right)}{\sqrt{m^2-\lambda^2}}, \qquad m>\lambda,\end{cases}$$

i=1,2, причем когда i=2, α=2a

$$k_3[n]=\exp\left(-\frac{\alpha mT}{\lambda}\right)\cdot I_0\left(\frac{\alpha mT}{\lambda}\right), \qquad \text{при} \qquad m\ge 0$$

$$k_4[n]=\begin{cases}0 \qquad \text{при} \quad 0\le m<0{,}25\lambda\\ e^{-\frac{\alpha nT}{2\lambda}}I_0\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{n^2-\frac{1}{4}\lambda^2}\right), \qquad \text{при} \quad n\ge 0{,}25\lambda\end{cases}$$

$$k_{5,6}[n]=\begin{cases}0, \quad \text{при} \qquad 0\le m<\lambda(1\mp u)\\ e^{-\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{nT}{\lambda}}I_0\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{n^2-\left[\lambda(1\mp u)\right]^2}\right)+\\ +2\sum\limits_{m=\lambda(1\mp u)}^{n}e^{-\frac{\alpha mT}{2\lambda}}I_0\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{m^2+\left[\lambda(1\mp u)\right]^2}\right) \quad \text{при} \qquad m\ge\lambda(1\mp u)\end{cases}$$

знак «-» относится к $k_5[n]$, а «+» - к $k_6[n]$.

Из (40÷43) при t→∞, то есть в новом установившемся режиме получаем следующие выражения, определяющие соответственно давление и расходы на участках до (0≤u≤1) и после (0≤ξ≤1) НС:

$$\psi_{ycm}=-Jk_2u \quad ; \qquad\qquad j_{ycm}=J, \tag{45}$$

$$\phi_{ycm}=-\frac{Jk_2\left(k_4+\frac{1}{k_2}+k_5\xi\right)}{k_5}; \qquad J_{ycm}=J.$$

Из (45) следует, что если предположить, что k_2 постоянный, тогда новый установившийся режим будет отличаться от старого только в зависимости от неравенства $k_4 > k_5$, то есть будет тем больше, чем строже выполняется условие $k_4 > k_5$. Аналогичному выводу приходим (то есть в установившемся режиме получаем (45)) и при пренебрежении инерционного слагаемого $\frac{\partial j(x,t)}{\partial t}$ в исходных уравнениях. Это доказывает, что динамику трубопроводов только и только необходимо исследовать при учете инерционного члена в исходных уравнениях.

2. Рассмотрим динамические режимы в трубопроводе при нулевых начальных и граничных условиях (в операторной форме) вида:

$$\text{при } u = 0 \qquad j(s) = \frac{1}{s} J,$$

$$\text{при } u = 1 \qquad \psi(s)\,0,$$

где J - единичный скачок по расходу в начале трубопровода.

Решение системы уравнений (1) относительно $\psi(u,t)$ при указанных начальных и граничных условиях согласно разработанной методике в области оригиналов имеет вид:

$$\psi[n] = \left(\sum_{m=\lambda}^{n} k_2[m] \cdot 1[n-m] - \sum_{m=0}^{n} k_3[m] \cdot 1[n-m] \right) \cdot Jk_2 \frac{1}{\sqrt{k}} - \\ - \sum_{m=0}^{n-1} k_1[n-m]\psi[m] - \sum_{m=0}^{n-1} \psi[m]. \tag{46}$$

При пренебрежении инерционного члена:

$$k_1[n] = \operatorname{erfc} \frac{1}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}}; \qquad k_2[n] = 2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}} \operatorname{ierfc} \frac{\frac{u}{2}}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}}; \; k_3[n] = 2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}} \operatorname{ierfc} \frac{1-u}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}};$$

где, $\operatorname{ierfc}x = \frac{1}{\pi} e^{-x^2 - x\operatorname{erfc}x}$ - быстро уменьшается увеличением аргумента.

Из приведенных примеров и из выражения (46) видно, что разработанная методика и полученные при этом расчетные формулы пригодны и удобны для определения численных значений как при малых $\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}$, так и при больших значениях и не требует при решении подобных задач ограничивания только первыми членами сумм.

Рассмотрим переходные процессы в магистральном трубопроводе, вызванные регулированием производительности НПС включением и отключением НА. При такой постановке задачи в качестве граничного условия, соответствующего регулированию производительности НПС включением и отключением отдельных агрегатов, используется зависимость вида:

$$j = C + D\exp(-t/\theta), \tag{47}$$

где θ, C, D - постоянные величины.

Математически задача сводится к решению системы уравнений (1) для участка (0≤u≤1) при поддержании постоянного давления на выходе предыдущей, так как в (47) учитывается влияние изменения давления на выходе НПС.

При этом граничные условия в операторной форме:

при u = 0 $j(0,s) = \frac{c}{s} + \frac{D}{s + \frac{1}{\theta}}$, (48)

при u = 1 $\psi\left(1,s\right) = 0$.

Согласно вышеизложенной методике решение системы уравнений (1) в операторной форме при указанных начальных и граничных условиях имеет вид:

$$\overline{\psi}(u,s) = \frac{sk_1 + k_2}{\gamma}\left(\frac{c}{s} + \frac{D}{s + \frac{1}{\theta}}\right)\frac{sh\gamma(1-u)}{ch\gamma}, \tag{49}$$

$$\bar{j}(u,s) = \left(\frac{c}{s} + \frac{D}{s + \frac{1}{\theta}}\right)\frac{ch\gamma(1-u)}{ch\gamma}, \tag{50}$$

Уравнения (49) и (50) в области оригиналов имеют вид:

$$\psi[\delta,n] = -c\sqrt{k_1k_3}\left(\sum_{m=0}^{n} k_1[m]\cdot 1[n-m] - \sum_{m=0}^{n} k_2[m]\cdot 1[n-m]\right) + D\sqrt{k_1k_3} \ast$$
$$\times\left(\sum_{m=0}^{n} k_1[m]\cdot k'_1[n-m] - \sum_{m=0}^{n} k'_2[m]k'_1[n-m]\right) - \sum_{m=\lambda}^{n} k_3[m]\psi[n-m] - \sum_{m=0}^{n} \psi[m], \tag{51}$$

$$j[\delta,n] = c\left(\sum_{m=0}^{n} k_4[m]\cdot 1[n-m] - \sum_{m=0}^{n} k_5[m]\cdot 1[n-m]\right) +$$

$$+D\left(\sum_{m=0}^{n} k_4[m]\cdot k'_1[n-m] + \sum_{m=0}^{n} k_5[m]k'_1[n-m]\right) - \sum_{m=\lambda}^{n} k_3[n-m]j[n-m] - \sum_{m=0}^{n-1} j[m] \tag{52}$$

где $k_{i_{1,2}}[n] = \begin{cases} 0, \quad \text{при} \quad m < \lambda_i \\ e^{-\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{nT}{\lambda}} I_0\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{n^2 - \left(\lambda_i\right)^2}\right) + \\ +\alpha\sum\limits_{m=\lambda_i}^{n} e^{-\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{nT}{\lambda}} I_0\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{n^2 + \left(\lambda_i\right)^2}\right) \quad \text{при} \quad m > \lambda u, \end{cases}$

i=u , i=2-u соответственно пр и $k_1[m]$ и $k_2[m]$.

$$k_3[n]=\begin{cases}0, & \text{при} \quad m<\lambda\\ e^{-\frac{\alpha T}{2}}+\frac{\alpha}{2}\lambda\sum\limits_{m=\lambda}^{n}e^{\frac{\alpha mT}{2\lambda}}I_1\frac{\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{m^2-\lambda^2}\right)}{\sqrt{m^2-\lambda^2}} & \text{при} \quad m>\lambda,\end{cases}$$

$$k_i[n]=e^{-\beta\frac{nT}{\lambda}}, \qquad \beta=\frac{1}{\theta},$$

$$k_{4,5}[n]=\begin{cases}0 \quad , & \text{при} \quad m<\theta_1\\ e^{-\frac{\alpha T}{2}}+0{,}5\alpha\lambda\sum\limits_{m=\theta_1}^{n}e^{-\frac{\alpha mT}{2\lambda}}I_1\frac{\left(\frac{\alpha T}{2\lambda}\sqrt{m^2-(0{,}5\lambda(2-u))^2}\right)}{\sqrt{m^2-(0{,}5\lambda(2-u))^2}} \\ \qquad \text{при} \quad m>0{,}5\lambda(2-u),\end{cases}$$

$\theta_1=0{,}5\lambda u; \qquad \theta_2=0{,}5\lambda(2-u)$ соответственно для $k_4[n]$ и $k_5[n]$.

В частном случае, если не учитывать инерционное слагаемое в исходной системе уравнений (1), оригиналы функций входящие в уравнения (51) имеют вид:

$$k_1[n]=2\sqrt{\frac{nT}{\pi\lambda}}\exp\left(\frac{-ku^2}{4\frac{nT}{\lambda}}\right)-\sqrt{k}u\,\mathrm{erfc}\left(\frac{u}{2}\sqrt{\frac{k}{\frac{nT}{\lambda}}}\right),$$

где $ku^2=k(2-u)^2$, $\sqrt{k}u=\sqrt{k}(2-u)$; для $\qquad k_2[n]$,

$$k_3[n]=\mathrm{erfc}\frac{1}{\sqrt{\frac{nT}{\lambda k}}};\ k_4[n]=\mathrm{erfc}\frac{\sqrt{k}u}{2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}}};\ k_5[n]=\mathrm{erfc}\frac{\sqrt{k}(2-u)}{2\sqrt{\frac{nT}{\lambda}}};\ k'_1=e^{-\beta\frac{nT}{\lambda}}$$

Как видно из полученных выражений (26)-(29), (38), (44), (46), (51), (52) их реализация на компьютерах не представляют особых трудностей.

Выводы.

1. На примере магистрального нефтепровода решена задача идентификации и управления сложной системой с распределенными параметрами как единой системой, с учетом взаимосвязи ее составляющих объектов, в частности, разработана расчетная модель при дискретном регулировании производительности нефтеперекачивающих станций. Как видно из полученных выражений их реализация на компьютерах не представляют особых трудностей.

2. Разработанная расчетная модель переходных процессов в системах с распределенными параметрами на примере МНП является дискретной. Описанная методика исключает операцию приведения системы с распределенными параметрами к замкнутой импульсной системе, существенно упрощает математические выкладки по определению передаточных функций и сокращает объем вычислений.

3. Предложенная методика позволяет свести решение сложной задачи по переходным процессам к достаточно простым алгоритмам. Полученные выражения еще удобны тем, что при расчете на компьютере позволяют использовать стандартные программы, которые в свою очередь приводят к сокращению времени вычислений на машине.

Литература

1. Мусаев В.Г. Дискретный метод и системно-структурного анализ при решении динамических задач в магистральных трубопроводных системах // Вестник машиностроения М.:, 2007, №10, с.29-33

2. Зайцев Л.А. Регулирование режимов работы магистральных нефтепроводов. М.: Недра, 1982, 136 с.

3. Ахмадуллин К.Р. Методы расчета и регулирования режимов работы насосных станций магистральных нефтепродуктопроводов // Нефтяное хозяйство, 2005, №3, с.100-103

4. Лисафин В.П. Исследование эффективности ступенчатого регулирования режимов НПС/ Проблемы освоения Западно-Сибирского топливно-энергетического комплекса. Тезисы докладов I Всесоюзной научно-технической конференции. Уфа: 1982, с.103-104.

5. Кадымов Я.Б. Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. М.: Наука, 1968, 192 с.

6. Жидкова М.А. Трубопроводный транспорт газа. Киев, Наукова думка, 1973, 142 с.

7. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.:Недра, 1975, 296 с.

8. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. М.: Высшая школа, 1965, 465 с.

Сведения об авторе

Мусаев Видади Гасан Оглы – д.т.н., зав. каф. «Компьютерные системы и сети» Азербайджанского Технического Университета, г. Баку. Тел: (994 12) 539 11 38.