

УДК 519.711

Б. І. МОКІН, А. В. ПИСКЛЯРОВА, О. Б. МОКІН

Вінницький національний технічний університет

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СИНЕРГЕТИЧНОЇ СКЛАДОВОЇ У МАТЕМАТИЧНІЙ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗАСВОЄННЯ СТУДЕНТОМ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Анотація.** З використанням «кривої забування» Г. Еббінгауза досліджено вплив синергетичної складової у математичній моделі на основі диференціального рівняння процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни.

**Ключові слова:** студент, навчальна дисципліна, синергетичний ефект, математична модель.

**Аннотация.** С использованием «кривой забывания» Г. Эббингауза исследовано влияние синергетической составляющей в математической модели на основе дифференциального уравнения процесса усвоения студентом учебной дисциплины.

**Ключевые слова:** студент, учебная дисциплина, синергетический эффект, математическая модель.

**Abstract.** With the use of «curve of forgetting» of G. Ebbinghaus influence of synergetic constituent is investigational in the mathematical model on the basis of differential equalization of process of mastering by the student educational discipline.

**Key words:** student, educational course, synergetic effect, mathematical model.

**Постановка задачі і вихідні передумови**

В роботі [1] синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни у вигляді шести диференціальних рівнянь, складених для різних фаз процесу її вивчення, із яких для оцінки впливу синергетичної складової моделі ми використаємо нижче лише одне із цих рівнянь, а саме:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_1x_2, \quad (1)$$

де  $\alpha_{11}$  – параметр, що характеризує ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого на занятті в аудиторії з викладачем,  $\alpha_{12}$  – параметр, що характеризує синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу в аудиторії з викладачем та самостійно, а  $x_1, x_2$  – фазові координати, що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни відповідно на заняттях в аудиторії з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови:

$$x_1 = \frac{X_1}{X}, x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 1, \\ x_2 \leq 1, \end{cases} \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1 \quad (4)$$

де  $X$  – це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу  $T$  усі розділи програми певної навчальної дисципліни,  $X_1$  – це така кількість знань з даної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а  $X_2$  – це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми.

Співвідношення (1) – (4) разом з поясненнями до них складатимуть нашу першу вихідну передумову, необхідну для розв'язання задачі оцінки синергетичної складової моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни.

Із робіт [2, 3] відомо, що будь-які знання, отримані індивідуумом, з часом забуваються у відповідності з «кривою забування», побудованою експериментально Г. Еббінгаузом. Графік цієї «кривої забування» з використанням не відносних одиниць, а процентів (як в оригіналі) представлено на рис. 1.

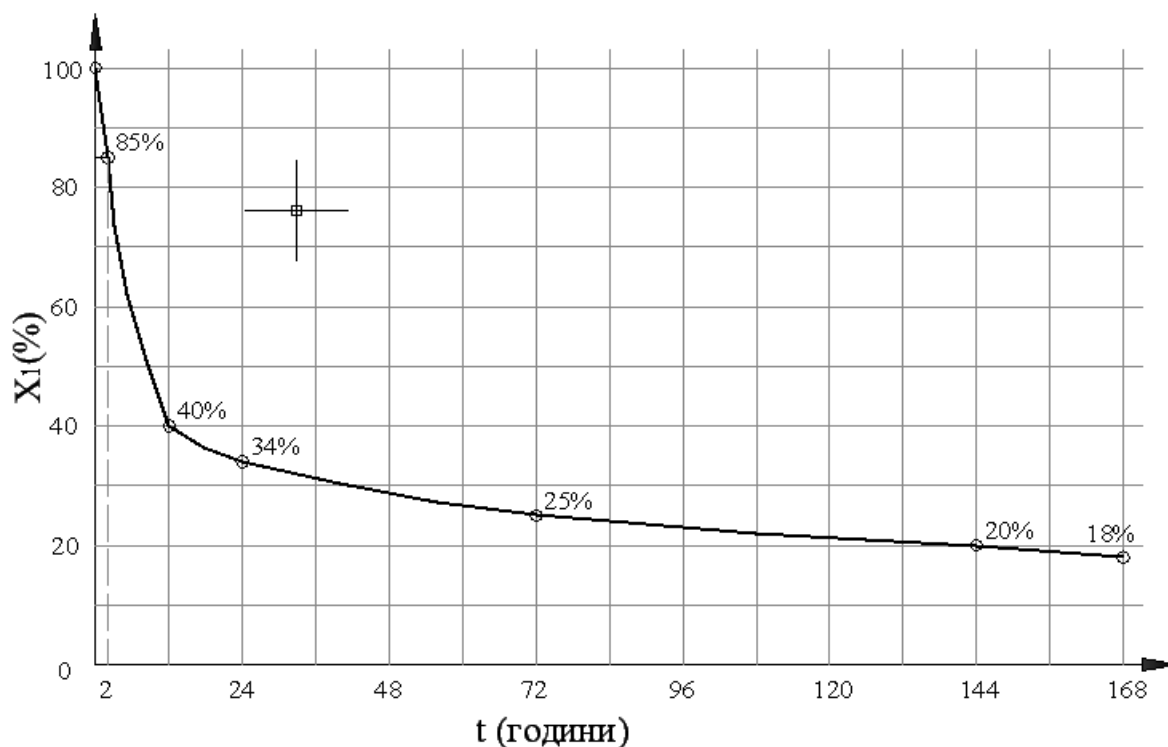


Рисунок 1 – Тижневий графік «кривої забування» за Г. Еббінгаузом

Цей графік нам слугуватиме другою вихідною передумовою, необхідною для розв'язання поставленої задачі.

#### Розв'язання задачі

Припустимо, що студент вивчає певну навчальну дисципліну протягом одного триместру з 10-и тижнів, слухаючи протягом кожного тижня в аудиторії одну лекцію, на якій отримує від викладача у відносних одиницях 0,1 або 10 %, що одне і те ж , програми цієї навчальної дисципліни.

Якби студент в міжлекційний період нічого не забував, то графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни мав би вигляд «сходінкової кривої» 1 на рис. 2.

А якби студент не мав синергетичної складової і математична модель процесу забування отриманих на лекції від викладача знань у міжлекційний період мала вигляд

$$\frac{dx_1^*}{dt} = -\alpha_{11}x_1^*, \quad (5)$$

тобто, якби процес забування у міжлекційний період відбувався б за законом

$$x_1^*(t) = 10e^{-\alpha_{11}t}, \quad (6)$$

який отримаємо , інтегруючи диференціальне рівняння (5) з початковими умовами

$$x_1^*(0) = 10\%, \quad (7)$$

обумовленими тим, що на одній лекції студент від викладача отримує 10 % програми навчальної дисципліни, то графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни мав би вигляд «пилкоподібної кривої» 2 на рис. 2.

Але, оскільки процес забування інформації, отриманої студентом від викладача на лекції, у міжлекційний період відбувається за «кривою забування» Г. Еббінгауза , то графік процесу засвоєння студентом цієї навчальної дисципліни матиме вигляд «пилкоподібної кривої» 3 на рис. 2.

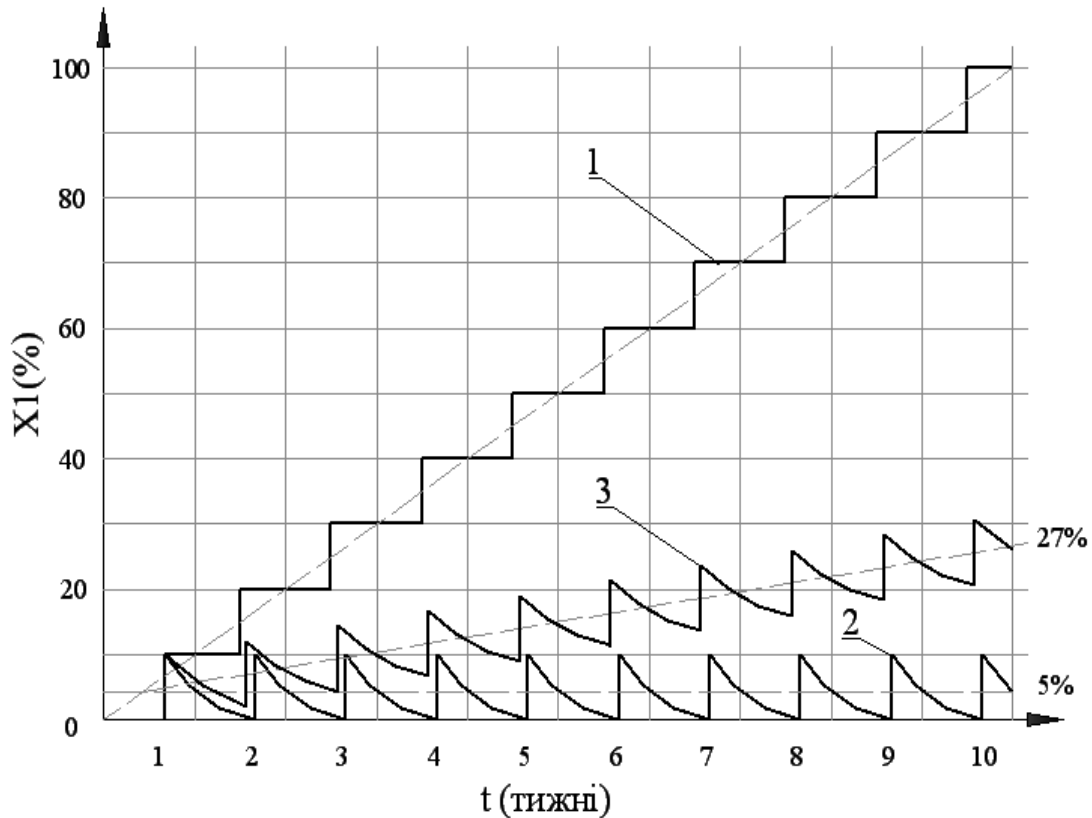


Рисунок 2 – Графіки можливих траєкторій процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни протягом 10-тижневого триместру та їх трендів

Із графіків, приведених на рис. 2, видно, що без синергетичної складової, обумовленої впливом тих доз знань, які самостійно набуваються у міжлекційний період шляхом спонтанного згадування почутого на лекції, у студента у пам'яті у кінці триместру від прослуховування лекцій викладача залишиться не більше 5 % від тієї кількості знань, яку необхідно засвоїти згідно з програмою навчальної дисципліни. Але і з врахуванням спонтанної синергетичної складової знань у студента в кінці триместру у пам'яті залишиться теж не дуже багато, а точніше, не більше 27 % від планової програмної кількості. І лише завдяки цілеспрямованому і систематичному самостійному засвоєнню студентом частини знань з навчальної дисципліни в кожний міжлекційний період у кінці триместру у його пам'яті закріпиться більше 27 % від запланованої програмою до засвоєння кількості знань.

А тепер перейдемо до математичного обґрунтування висловленого вище. Для цього ми спочатку на рис.3 в крупнішому масштабі побудуємо початкову гілку «кривої забування» Г. Еббінгауза, перенісши її із рис. 1 і позначивши цифрою 1, і на цьому ж рисунку побудуємо «криву чистого забування», яка є розв'язком диференціального рівняння (5), але з початковою умовою

$$x_1^*(0) = 100\%, \quad (8)$$

тобто, є графіком функції

$$x_1^*(t) = 100e^{-\alpha_{11}t}, \quad (9)$$

позначивши її цифрою 2.

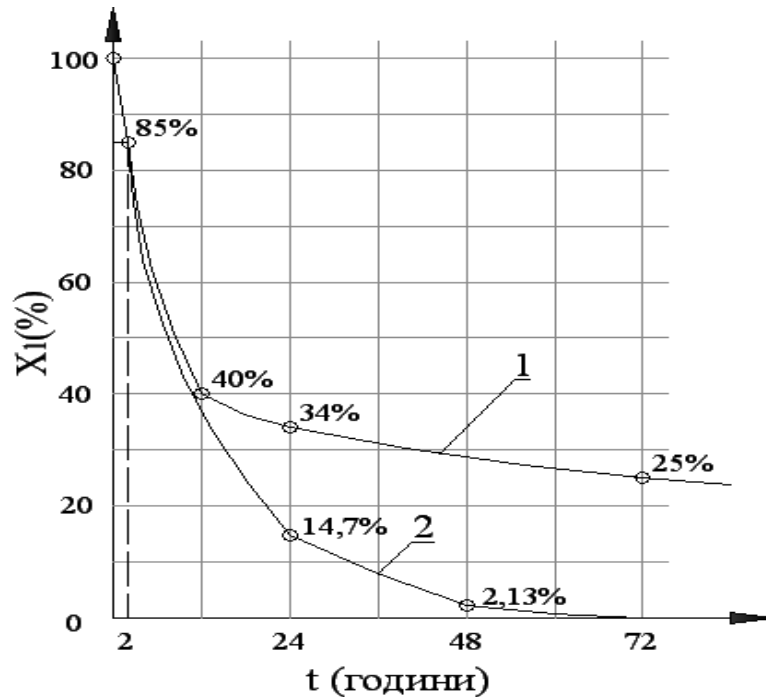


Рисунок 3 – Графіки початкового відрізка «кривої забування» Г. Еббінгауза та «кривої чистого забування»

Зрозуміло, що для того, щоб побудувати графік функції (9), нам потрібно попередньо визначити чисельне значення її параметра  $\alpha_{11}$ . Щоб його визначити, висунемо цілком природну гіпотезу, що у перші дві години після закінчення лекції у пам'яті студента відбувається процес «чистого забування» знань, отриманих на цій лекції, без синергетичної складової, оскільки ці дві години після закінчення лекції студент або слухає лекцію з іншої навчальної дисципліни, або, якщо ця лекція була останньою в розкладі цього дня, спілкується з друзями у транспортному засобі чи у студентській їдальні на теми, не пов'язані з темою цієї лекції. Якщо прийняти цю гіпотезу, то можна вважати відрізок «кривої забування» Г. Еббінгауза в межах від  $t=0$  до  $t=2$  графіком функції, заданої рівнянням (9). Беручи до уваги те, що на графіку «кривої забування» Г. Еббінгауза –

$$x_1(2) = 85, \quad (10)$$

із рівнянь (9) та (10) матимемо –

$$0,85 = e^{-2\alpha_{11}}, \quad (11)$$

звідки, у свою чергу, знайдемо, що

$$\alpha_{11} = -\frac{\ln 0,85}{2} = -\frac{-0,16026}{2} = 0,08013 \quad (12)$$

Тож крива 2 на рис. 3, то є графік функції

$$x_1^*(t) = 100e^{-0,08013t}, \quad (13)$$

що характеризує процес «чистого забування». Його ми побудували, підставивши послідовно  $t=24, t=48, t=72$  у формулу (13).

Легко бачити, що різниця між значеннями функцій  $x_1(t)$ , графік якої на рис.3 позначено цифрою 1, та  $x_1^*(t)$ , графік якої на цьому ж рисунку позначено цифрою 2, взятими при одних і тих же значеннях

$t$ , буде створюватись синергетичною складовою математичної моделі (1), тобто, складовою  $\alpha_{12}X_1X_2$ . Для її кількісної оцінки спочатку проінтегруємо рівняння (1), записавши його у вигляді

$$\frac{dx_1}{x_1} = (-\alpha_{11} + \alpha_{12}x_2)dt, \quad (14)$$

з початковою умовою (8) без зірочки, та вважаючи  $x_2$  параметром.

В результаті інтегрування отримаємо:

$$x_1(t) = 100e^{(-\alpha_{11} + \alpha_{12}x_2)t}. \quad (15)$$

Віднімаючи рівняння (9) від рівняння (15), матимемо

$$x_1(t) - x_1^*(t) = 100e^{(-\alpha_{11} + \alpha_{12}x_2)t} - 100e^{-\alpha_{11}t} \quad (16)$$

Із рисунка 3 та рівняння (13) легко бачити, що через тиждень, коли студент знову прийде на лекцію з цієї ж самої дисципліни, буде справедливою рівність –

$$x_1(168) - x_1^*(168) = 100e^{(-0,08013 + \alpha_{12}x_2)168} - 100e^{-0,08013 \cdot 168} = 18 - 0 = 100e^{(-0,08013 + \alpha_{12}x_2)168} \quad (17)$$

Із рівняння (17) маємо –

$$0,18 = e^{(-0,08013 + \alpha_{12}x_2)168}. \quad (18)$$

У свою чергу з рівняння (18) знайдемо, що

$$\alpha_{12}x_2 = \frac{\ln 0,18 + 13,4618}{168} = \frac{-1,7350 + 13,4618}{168} = 0,06980 \quad (19)$$

Саме за рахунок такої зваженої відносної кількості знань по темі лекції, обумовленої спонтанною синергетичною складовою, викликаною нецілеспрямованим згадуванням, у пам'яті студента залишається через тиждень після її прослуховування 18 % від тієї кількості знань, які він отримав на цій лекції.

Із співвідношення (19) витікає також, що чим більшим значенням параметру  $\alpha_{12}$  характеризується пам'ять студента, тим меншою кількістю  $x_2$  спонтанно згадуваних знань буде забезпечуватись в його пам'яті один і той же синергетичний ефект.

### Висновки

1. Показано, що якби процес забування студентом знань, отриманих від викладача на лекції, не уповільнювався синергетичним ефектом, то до початку наступної лекції через тиждень від цих знань у пам'яті студента не залишилось би нічого.

2. Обґрунтовано, чому згідно з «кривою забування» Г. Еббінгауза через тиждень у пам'яті студента залишається 18 % від тієї кількості знань, яку він отримав на лекції.

3. Виведені математичні співвідношення, за допомогою яких синергетичний ефект від спонтанного згадування студентом у міжлекційний період якихось знань із множини тих, що отримані на лекції, може бути визначений чисельно.

### Список використаних джерел

1. Мокін Б. І. Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині / Б. І. Мокін, А. В. Пислярова, Ю. В. Фокіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – №5. – С. 109–112.
2. М'ясоїд П. А. Загальна психологія. Навчальний посібник / П. А. М'ясоїд. – К.: Вища школа. – 1998. – 479 с.
3. Гиппенрейтер Ю. Б. Хрестоматія по общей психологии. Психология памяти / Ю. Б. Гиппенрейтер, В. Я. Романова. – М.: Издательство Московского университета. – 1979. – 272 с.

**Інформація про авторів**

**Мокін Борис Іванович** – д.т.н., професор, академік НАПНУ, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ.

**Писклярова Анна Валеріївна** – к.т.н., проректор з науково-педагогічної роботи по організації виховного процесу ВНТУ.

**Мокін Олександр Борисович** – д.т.н., доцент, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ.