

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ**

УДК 004.932

Р. Н. КВЕТНИЙ, Є. М. БОЧКОВ

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**МЕТОД ВИДІЛЕННЯ КОНТУРІВ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ДВОВИМІРНИХ ФІЛЬТРІВ**

Анотація. Представлено модифікацію контурного детектору Канні з використанням нелінійного методу контрастування на основі вейвлет-перетворення. Розглянуто існуючі методи контрастування на основі вейвлет-перетворення. Досліджено особливості їх реалізації та характеристики. Запропоновано метод контрастування з використанням двовимірних фільтрів. Реалізовано методику оцінки якості виділення контуру. Проведено порівняння результатів роботи запропонованого методу та базового методу Канні.

**Ключові слова:** виділення контурів, вейвлет-перетворення, мультимасштабний аналіз, метод Канні, критерій Претта.

**Вступ**

В багатьох прикладних задачах розпізнавання та обробки зображень найважливішу інформацію, яку містить зображення, несуть його границі (обриси, контури). Контурами називають певні граничні лінії, що розділяють зображення на ділянки з різними властивостями. Контури є областями з високою концентрацією інформації, що слабо залежать від кольору та яскравості, оскільки переважна кількість інформації знаходиться в місцях зміни сигналу. Контур містить всю необхідну інформацію для розпізнавання зображення за його формою. Застосування контурного аналізу дає можливість отримати класифікатори, інваріантні до афінних перетворень зображень (розтягу, повороту), стійкі до зміни освітлення, текстури [1].

Результатом операції виділення контуру являється контурний препарат – бінарне зображення того ж розміру, що і вихідне зображення, білими точками якого є контурні точки [2].

Традиційно поняття контуру асоціювалось з перепадом яскравості, а виділення контурів, в свою чергу, ґрунтувалось на визначенні цих перепадів. Така інтерпретація контуру не являється єдиною можливою чи повною, проте дає можливість формалізації операції його виділення.

Процедура отримання контурного препарату включає наступні операції:

1. Підсилення перепадів яскравості або контрастування.
2. Зв'язування потенційних контурних точок.
3. Порогова обробка, результатом якої є бінарне зображення.
4. Потоншення контурних ліній [3].

Зазвичай операція контрастування виконується шляхом чисельного диференціювання, що полягає у згортці вихідного зображення з оператором, що є чисельною апроксимацією похідної двовимірної функції. Такі оператори є високочастотними фільтрами. Найвідомішими серед них є оператори Робертса, Превітта, Собеля, Фрей-Чена.

Основним недоліком усіх диференційних методів контрастування є висока чутливість до шуму, який як і контури, належить до високочастотної складової сигналу. Наявність шуму викликана недосконалістю знімальної апаратури, умовами зйомки, каналом передачі даних. До беззаперечних переваг диференційних методів належать швидкість роботи і простота реалізації. Для того, щоб зменшити вплив шуму на зображення, використовують низькочастотні фільтри, однак їх застосування призводить до отримання нечітких, погано локалізованих контурів, втрати деталей.

В багатьох сучасних роботах [2, 4, 7-12] пропонується застосовувати нелінійні методи контрастування, засновані на використанні вейвлет-перетворення.

Метою даної роботи було створення контурного детектору з використанням нелінійного методу контрастування на основі вейвлет-перетворення. В ході виконання поставленої задачі, було розглянуто існуючі методи контрастування на основі вейвлет-перетворення, досліджено особливості їх реалізації та характеристики, запропоновано метод контрастування з використанням двовимірних фільтрів, реалізовано методику оцінки якості виділення контуру, досліджено запропонований метод.

**Контурний детектор Канні**

Досить важливим в області виділення контурів є метод Канні. Він помітно вплинув на подальший розвиток цієї галузі та став основою для багатьох нових методів. Метод Канні є одним з найкращих диференційних методів [2].

Розроблюючи контурний детектор, Канні відштовхувався від трьох вимог. Першою вимогою є надійне визначення контурних точок з низькою ймовірністю їх пропуску та низькою ймовірністю визначення хибних. Другою умовою є близькість розташування контурних точок до справжнього місцезнаходження контуру. Останньою вимогою є те, що для кожного контуру має бути єдиний відклик.

Кількісно ці критерії можуть бути представлені у вигляді:

$$SNR(f) = \frac{A}{n_0} \cdot \frac{\left| \int_{-\infty}^0 f(x) dx \right|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx \right|^{\frac{1}{2}}},$$

$$Loc(f) = \frac{A}{n_0} \cdot \frac{|f'(0)|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} f'^2(x) dx \right|^{\frac{1}{2}}},$$
(1)

де  $A$  – амплітуда сигналу, а  $n_0^2$  – дисперсія шуму.  $SNR(f)$  визначає співвідношення «сигнал/шум», а  $Loc(f)$  – локалізація фільтра  $f(x)$ .

Ввівши додатковий параметр  $S$ , що визначає розмір фільтра  $f \rightarrow f_s$ , маємо:

$$SNR(f_s) = \sqrt{S} SNR(f),$$

$$Loc(f_s) = \frac{1}{\sqrt{S}} Loc(f).$$
(2)

Так, збільшуючи розмір фільтра, ми збільшуємо співвідношення «сигнал-шум», але тим самим погіршуємо показник локалізації контуру.

Тоді результуючий критерій можна записати як:

$$J(f) = \frac{\left| \int_{-\infty}^0 f(x) dx \right|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx \right|^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{|f'(0)|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} f'^2(x) dx \right|^{\frac{1}{2}}}$$
(3)

Оптимальний фільтр(у випадку зображень, зіпсованих нормальним шумом), отриманий з цих вимог, може бути апроксимований за допомогою першої похідної від гаусіана:

$$f(x) = -\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$
(4)

Значення параметру середньоквадратичного відхилення гаусіана  $\sigma$ , залежить від розміру об'єктів, що містить зображення і визначається емпірично [4].

Метод складається з наступних етапів.

Вихідне зображення згладжується з гаусіаном для усунення шуму.

Виконується підкреслення перепадів яскравості за допомогою горизонтального та вертикального оптимальних фільтрів, розглянутих вище. Отримуються контрастовані зображення  $R_1(x, y)$  та  $R_2(x, y)$ .

Виконується локальний аналіз отриманих зображень.

В кожній точці обраховується значення модуля градієнту яскравості:

$$R(x, y) = \sqrt{R_1(x, y)^2 + R_2(x, y)^2},$$
(5)

та його напрям

$$\alpha(x, y) = \frac{R_2(x, y)}{R_1(x, y)}.$$
(6)

Знаходяться локальні максимуми градієнта. Максимумом вважається піксель, який за модулем більше двох своїх сусідів за напрямом градієнта. В залежності від моделі зв'язності (чотирьох- чи восьмизв'язна), піксель може мати дві чи чотири пари сусідів. Якщо точка не є локальним максимумом, їй присвоюється нульове значення.

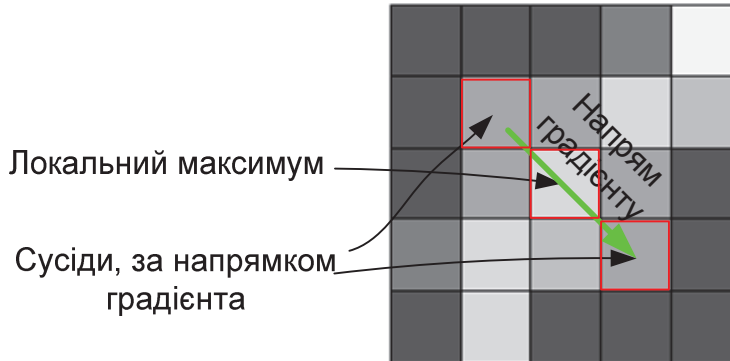


Рисунок 1 – Приклад визначення локального максимуму

Виконується гістерезисна порогова обробка. Значення яскравості пікселів порівнюються з двома порогами  $T_1$  та  $T_2$ ,  $T_2 > T_1$ . Якщо значення яскравості більше за вищий поріг, піксель записується в масив «сильних контурів», якщо більше за нижній – в масив слабких контурів.

Кінцевий контурний препарат отримується в результаті зв'язування «сильних» контурів зі своїми «слабкими» сусідами [3].

#### Нелінійний метод контрастування зображень на основі вейвлет-перетворення

Оскільки метод Канні побудований на використанні диференційного контрастування, йому притаманні недоліки усіх диференційних методів. Стійкість до шуму метода Канні залежить від співвідношення довжини вікна згладжуючого фільтру і величини порогу. Тому доцільним є застосування нелінійних методів контрастування. Одним з таких методів є мультимасштабний аналіз, заснований на дослідженні коефіцієнтів стаціонарного вейвлет-перетворення.

Вейвлетом називається функція з нульовим середнім значенням:

$$\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (7)$$

параметром розтягу  $s$  і параметром зсуву  $b$

$$\psi_{b,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-b}{s}\right), s > 0. \quad (8)$$

Змінна  $s$  також називається масштабом,  $\hat{\psi}$  – Фур'є-образ просторової функції  $\psi(t)$ .

Тоді неперервне вейвлет-перетворення функції  $f(t) \in L^2$  визначається як

$$W_{\psi} f(b,s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{b,s}(t) dt. \quad (9)$$

Існує і зворотне перетворення, що визначається двомірним інтегралом по змінним масштабу і зсуву:

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} db \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s^2} W_{\psi} f(b,s) \psi_{b,s}(t) ds, \quad (10)$$

де  $C_{\psi}$  – константа, яка визначається як

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\psi}(\omega)}{|\omega|} d\omega < \infty. \quad (11)$$

Остання умова обмежує клас функцій, що можуть бути вейвлетами.

Часто  $\psi(t)$  можна отримати як похідну від згладжуючої функції (яка, по суті, є низькочастотним фільтром),

$$\phi(t) \in L^2(R), \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1, \quad (12)$$

$$\psi(t) = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (13)$$

Функцію  $\phi(t)$  називають масштабуючою.

Тоді, враховуючи (9) і (13), та перейшовши до функції від двох змінних, вейвлет-перетворення можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} W^x f(ns, x, y) &= \psi_{ns} * f(x, y) \\ &= \frac{\partial \phi_{ns}}{\partial x} * f(x, y) \\ &= \frac{\partial (\phi_{(n-1)s} * \phi_s)}{\partial x} * f(x, y) \\ &= \frac{\partial (\phi_{(n-1)s} * f)}{\partial x} * \phi_s(x, y) \\ &= W^x f((n-1)s, x, y) * \phi_s(x, y) \end{aligned} \quad (14)$$

Так, для будь-якого  $n > 1$ :

$$W^x f(ns, s, y) = \underbrace{\phi_s * \dots * \phi_s}_{n-1} * W^x f(s, x, y). \quad (15)$$

Відповідно:

$$W^y f(ns, s, y) = \underbrace{\phi_s * \dots * \phi_s}_{n-1} * W^y f(s, x, y) \quad (16)$$

З виразів (15), (16) слідує, що вейвлет-перетворення являється рекурсивною процедурою, для якої коефіцієнти наступного масштабу отримуються у результаті операції згортки коефіцієнтів поточного масштабу з масштабуючою функцією. Коефіцієнти масштабу  $s = 1$  знаходяться як згортка базового вейвлета з початковим сигналом [4].

Вперше мультимасштабний підхід до виділення контурів за допомогою вейвлет-перетворення запропонував Малла [5]. Він полягає у дослідженні сигналу за допомогою коефіцієнтів вейвлет-перетворення на різних масштабах. По суті, кожному масштабу відповідає обробка зображення фільтром певного розміру. Коефіцієнти вищих масштабів нечутливі до шуму, проте не дають точної локалізації контуру, в той час, як коефіцієнти нижчих масштабів точно визначають положення контуру, проте не можуть розрізнити справжні контури та шум (рисунок 2). Мультимасштабний підхід враховує коефіцієнти на різних масштабах вейвлет-перетворення, що посилює найбільш важливі перепади яскравості і підвищує стійкість до шуму.

На сьогоднішній день існує багато методів, побудованих на основі мультимасштабного підходу [2, 4, 7-12]. Головною відмінністю між ними є застосування різних базисних вейвлетів (вейвлетів Хара, гіперболічне, репагулярне вейвлет-перетворення) та особливості реалізації.

Відомо, що дискретне вейвлет-перетворення не інваріантне до зсуву  $f(x)$  по  $x$ , тому для оцінки коефіцієнтів вейвлет-перетворення використовується стаціонарне вейвлет-перетворення, що інваріантне до зсуву. Вибір стаціонарного вейвлет-перетворення зумовлений тим, що воно на кожному кроці містить

стільки ж відліків, скільки і вихідне зображення [2]. Наслідком цього являється надлишковість отриманих коефіцієнтів, а отже і зростання кількості обчислень, оскільки при переході на наступний масштаб виконується операція, що зменшує кількість інформації про частоту, яку несуть коефіцієнти перетворення.

Малла показав [5], що вейвлетом з хорошими характеристиками є похідна від гаусіана. Вище зазначено, що такий фільтр є оптимальним, тому виберемо саме його в якості базисної вейвлет-функції.

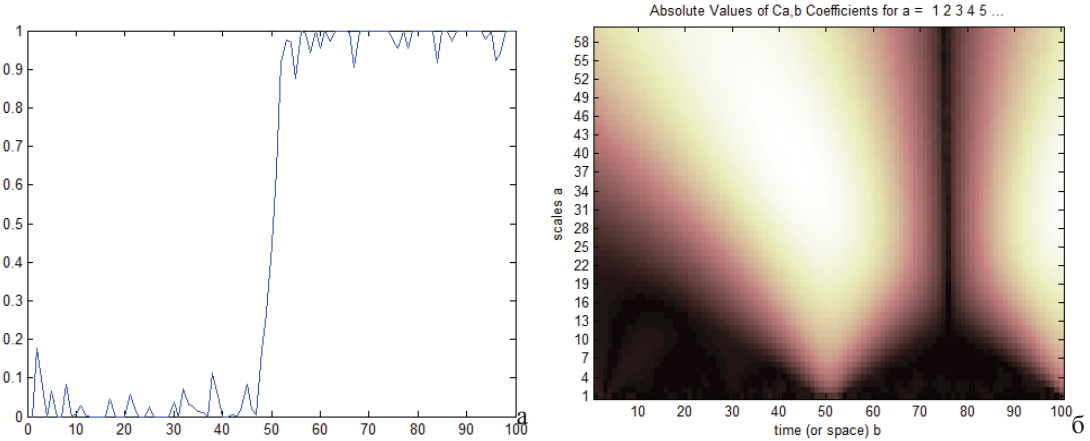


Рисунок 2 – Зображення сигналу (а) та його вейвлет-перетворення (б)

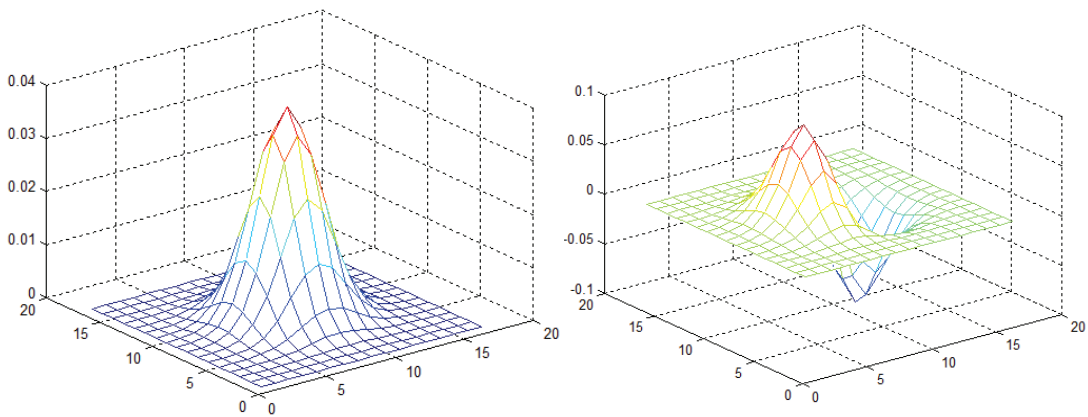


Рисунок 3 – Гаусіан та його перша похідна

Стационарне вейвлет-перетворення переважно реалізується у вигляді згортки з одновимірними фільтрами (вейвлетним та масштабуючим) стрічок та стовбців зображення. Основною перевагою такого підходу є швидкість роботи та стійкість зворотного перетворення. Проте в задачах виділення контурів більш важливим критерієм є надійна робота в умовах шуму, тому в якості вейвлетного та масштабуючого фільтрів пропонується використовувати двомірні апроксимації гаусіана та його першої похідної.

Запропонований метод виділення контуру полягає у модифікації методу Канні за рахунок використання нелінійного контрастування зображення за допомогою вейвлет-перетворення.

На першому кроці зображення згортається з вейвлетом (похідною від гаусіана) для отримання коефіцієнтів початкового масштабу. Для переходу на наступний масштаб зображення згортається з масштабуючою функцією (гаусіаном). Гаусіан та його похідна апроксимовані за допомогою масок, зображених на рисунку 4.

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1	0	1
2	0	-2
1	0	-1

Рисунок 4 – Апроксимації гаусіана та його першої похідної

### Оцінка ефективності виділення контуру, тестування детектора і аналіз результатів

Звичайно для оцінки стійкості до шуму детектору контуру використовується критерій Претта. Він враховує три основні типи помилок, які мають місце при виділенні контуру: пропуск справжніх перепадів, помилку у визначенні положення перепаду, хибне виділення шумових точок.

$$R = \frac{1}{\max(I_I, I_A)} \sum_{i=1}^{I_A} \frac{1}{1 + \alpha d_i^2}, \quad (17)$$

де  $I_I, I_A$  – число точок перепаду інтенсивності в контурних препаратах, отриманих за допомогою, відповідно ідеального і реального детектору;

$\alpha$  – масштабний коефіцієнт;

$d_i$  – відстань між точкою дійсного перепаду і лінією з точок ідеального перепаду, що вимірюється по нормалі до цієї лінії.

Значення нормалізовано таким чином, що  $R = 1$  для точно виділеного перепаду. Множник  $1/I$  характеризує змазані і розбиті контури [33].

Реалізація запропонованого методу та його дослідження проводилось в математичному середовищі MATLAB R2010a з використанням пакету Image Processing Toolbox. Вихідне тестове зображення представляло собою вертикальний протяжний контур. В процесі дослідження на нього накладався білий нормальний шум за допомогою функції *imnoise*. Співвідношення «сигнал-шум» розраховувалось за формулою:

$$SNR = \frac{h^2}{\sigma^2} \quad (18)$$

де  $h$  – висота перепаду,  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення шуму [6].

На рисунку 5 наведено графік залежності критерію Претта від масштабу.

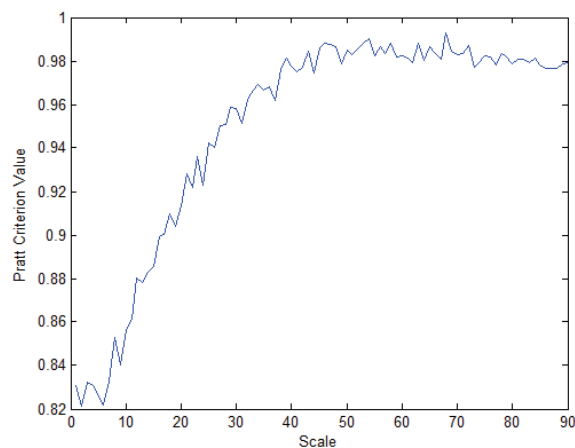


Рисунок 5 – Графік залежності критерію Претта від масштабу

Як видно з графіка, якість виділення контуру поступово зростає, досягнувши насичення в області  $s = 40..50$ , після чого дещо спадає. Це можна пояснити впливом розмазаних границь на високих масштабах (рисунок 2).

В якості еталону для порівняння використовувалась реалізація методу Канні, закладена у функцію *edge*. Розрахуємо кількість обчислень, необхідну для контрастування зображення в обох методах.

Метод Канні. Містить три головні обчислювальні процедури – згортку з згладжуючим фільтром, згортку з горизонтальним та вертикальним контурними детекторами. Нехай  $G_c$  – ширина фільтру. Тоді за одну згортку для кожного пікселя потрібно виконати  $G_c^2$  операцій множення і  $G_c^2$  операцій додавання. Тоді загальна кількість обчислень

$$O_c = 2 \cdot 3 \cdot N \cdot G_c^2 = 6NG_c^2,$$

де  $N$  – кількість пікселів.

Мультимасштабний метод. Включає початкову згортку з вейвлетними фільтрами та згортки отриманих вейвлетних коефіцієнтів з масштабуючою функцією для переходу на наступний масштаб

$$O_m = 4 \cdot N \cdot G_m^2 + S \cdot 4 \cdot G_m^2 N = 4 \cdot N \cdot G_m^2 (S + 1),$$

де  $S$  – найвищий масштаб,  $G_m = 3$ .

Як видно з графіка на рисунку 5, для тестового зображення мультимасштабний метод дає оптимальний результат при  $s = 45$ . Розрахуємо ширину фільтру  $G_c$  таку, щоб обидва методи вимагали однакової кількості обчислень:

$$O_c = O_m$$

$$6NG_c^2 = 4N \cdot 3^2 \cdot (45 + 1).$$

$$G_c = \sqrt{276} \approx 17$$

Оскільки на роботу детектора також впливає величина порогу, доцільно дослідити залежність якості виділення контуру від співвідношення «сигнал-шум» та значення порогу.

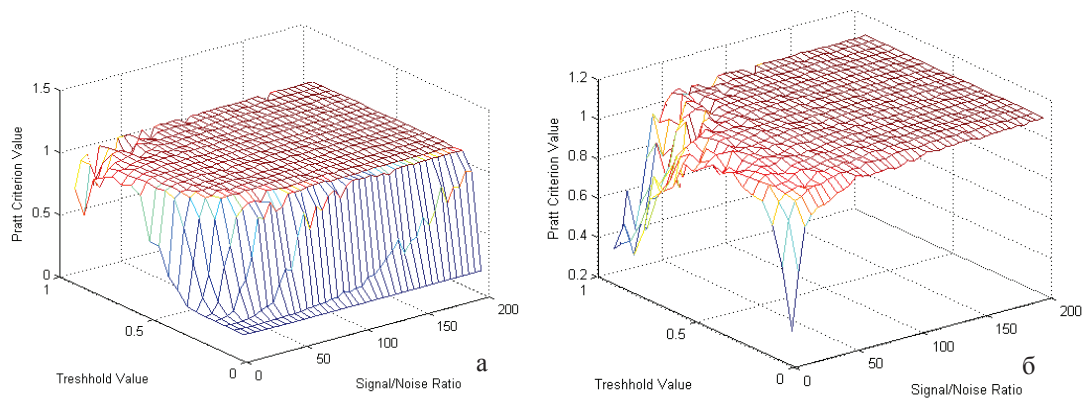


Рисунок 6 – Поверхні якості виділення контурів

методу Канні (а) та запропонованого мультимасштабного методу (б)

Графіки цих залежностей для методу Канні та запропонованого мультимасштабного методу наведені на рисунку 6. З них видно, що метод Канні є більш чутливим до величини порогу і гірше працює при низьких порогових значеннях. З іншого боку, запропонований метод дещо «звалюється» при високих значеннях порогу та низькому співвідношенні «сигнал-шум». Обидва методи добре працюють при середніх порогових значеннях  $T = 0,6..0,8$ .

Порівняльна характеристика методів представлена у вигляді графіка на рисунку 7,  $T = 0,6$ ,  $s = 45$ . З нього можна помітити, що метод Канні демонструє більш стабільну роботу на всьому діапазоні співвідношення «сигнал-шум», в той час мультимасштабний метод забезпечує дещо вищі значення критерію Претта. В цілому, як показали результати тестування, запропонований метод демонструє непогані результати роботи в умовах шуму.

На рисунку 8 представлено результати виділення контурів реального зображення запропонованим методом. Помітно, що зі збільшенням глибини перетворення з зображення зникають дрібні деталі, в той час як суттєві особливості залишаються. Ця властивість притаманна всім методам на основі вейвлет-перетворення і належить до їх переваг. Проте така точка зору є багато в чому суб'єктивною, оскільки такий ефект можна отримати і за допомогою інших методів контрастування (наприклад, змінюючи ширину вікна згладжування у методі Канні). Оскільки єдиним критерієм, покладеним в основу контурних детекторів є висота перепаду яскравості, неможливо оцінити інформаційну цінність отриманого контурного препарату. Так, наприклад, у випадку текстурованого фону перепади яскравості

між елементами самої текстури можуть бути більші за перепади яскравості між об'єктом та фоном. В такому випадку «дрібними деталями» будуть саме контурні лінії об'єкту, що не відповідає дійсності. Тому розробка методів оцінки інформаційної цінності точок контурних препаратів, а також методи врахування цих оцінок при проектуванні контурних детекторів є актуальною задачею для подальших досліджень.

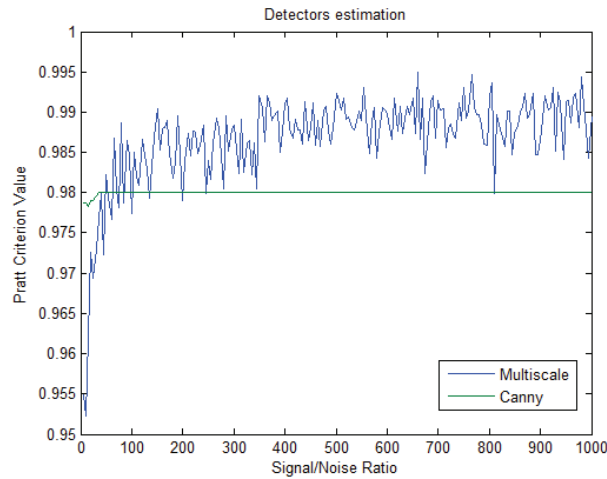


Рисунок 7 – Графіки залежності критерію Претта від співвідношення «сигнал-шум»

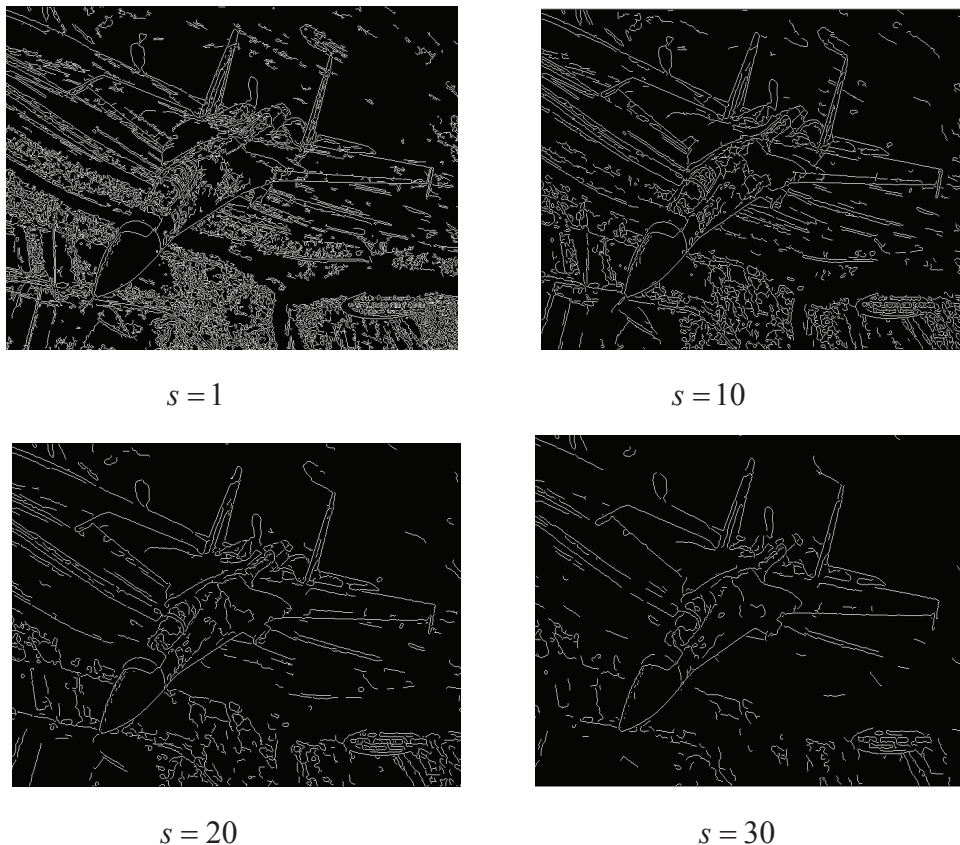


Рисунок 8 – Контурні препарати, отримані за допомогою розкладів різної глибини

#### Висновки

За результатами дослідження можна стверджувати, що використання вейвлет-перетворення та мультимасштабного аналізу є достатньо ефективним підходом для створення контурних детекторів, що надійно працюють в умовах шуму. Також показано, що виправданим є вибір гаусіану та його похідної в

якості масштабуючої та вейвлетних функцій, а також використання двовірних фільтрів для їх апроксимації.

#### Список використаної літератури

1. Фурман Я.А. Введение в контурный анализ / Я.А. Фурман – Красноярск: Изд-во Красн. Ун-та, 1992. – 249 с.
2. Полякова М.В. Контурная сегментация изображений с использованием вейвлет-анализа / М.В. Полякова, В.В. Любченко // Труды Одесского политехнического университета. – 2004. – № 1 (21). – С. 1-5.
3. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
4. Jun Li. A Wavelet Approach to Edge Detection: a thesis to The Department of Mathematics and Statistics in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in the subject of Mathematics / Jun Li. – Huntsville, Texas, 2003. – 80 с.
5. Mallat S. Singularity detection and processing with wavelets / Mallat S., Hwang W.L. // IEEE Transaction on Information Theory. – 1992. – P. 583 – 647.
6. Прэтт У. Цифровая обработка изображений / У. Прэтт. – М.: Мир, 1982. – 500 с.
7. Антошук С.Г. Иерархический подход при контурном анализе изображений / С.Г. Антошук, О.В. Бабилунга, А.А. Николенко, Е.В. Ткаченко // Штучний інтелект. – 2005. – № 3. – С. 603-609.
8. Кlich Ю.А. Адаптивные базисные функции вейвлетного преобразования / Ю.А. Кlich, С.Г. Антошук, А.А. Николенко // Труды Одесского политехнического университета. – 2004. – № 2 (22). – С. 1-5.
9. Полякова М.В. Морфологический метод контурной сегментации изображений на основе репагулярного вейвлет-преобразования / М.В. Полякова, В.Н. Крылов // Труды Одесского политехнического университета. – 2006. – № 1 (25). – С. 98-103.
10. Ivan Christov. Multiscale Image Edge Detection: a thesis to The Department of Mathematics Massachusetts Institute of Technology / Ivan Christov. – 2004. – 14 с.
11. Jianjia Pan. Edge Detection Combining Wavelet Transform and Canny Operator Based on Fusion Rules / Jianjia Pan // International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Baoding. – 2009. – С. 324-328.
12. Tony Lindeberg. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection / Tony Lindeberg // Proceedings of the 1996 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Washington, DC, USA. – 1996. – С. 465-470.

#### Відомості про авторів

Кветний Роман Наумович – д.т.н., професор, завідувач кафедри автоматичної та інформаційно-виміральної техніки, Вінницький національний технічний університет, 286021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, корп. 5, каф. АІВТ, тел. (0432) 59-84-37, e-mail: rkvetny@sprava.net.

Бочков Євген Миколайович – магістрант, Вінницький національний технічний університет, 286021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, корп. 5, каф. АІВТ, тел. (0432) 59-84-37, e-mail: ebochkov@gmail.com.