

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.711

Б. І. МОКІН, А. В. ПИСКЛЯРОВА, Ю. В. МОКІНА

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

ДОСЛІДЖЕННЯ НА ФАЗОВІЙ ПЛОЩИНІ ПРОЦЕСУ ЗАСВОЄННЯ ПРОГРАМИ
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ СТУДЕНТОМ СЕРЕДНІХ ЗДІБНОСТЕЙ

Анотація: За допомогою математичних моделей, синтезованих на фазовій площині, здійснено дослідження процесу засвоєння програми навчальної дисципліни студентом середніх здібностей.

Побудовані фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни за допомогою викладача та самостійно.

Ключові слова: Фазова площина, засвоєння навчальної дисципліни.

Станом на сьогодні різними дослідниками запропоновано чимало програмних засобів для комп'ютеризованих систем аналізу і управління університетом. Основним недоліком таких програмних засобів є те, що вони ігнорують як наявність взаємовпливу змінних стану, так і існування внутрішніх явних та неявних зворотних зв'язків між ними. А комп'ютеризовані системи, які розроблені на базі цих математичних моделей, не можуть бути ефективними засобами для прийняття оптимальних управлінських рішень в університеті навіть в дорадчому режимі.

Будь-який університет являє собою багатозв'язну, багатоконтурну, динамічну нелінійну систему з багатьма входами, з дискретно-неперервним, стохастичним характером внутрішніх процесів і наявністю обмежень на змінні стану та явних і прихованих внутрішніх зворотних зв'язків між ними. Взаємодії викладачів і студентів університету під час навчального процесу присвячено багато наукових публікацій, але в основному педагогічного характеру і по окремим параметрам.

Метою наших досліджень є забезпечення оптимальності прийняття управлінських рішень в університеті за рахунок підвищення адекватності математичних моделей навчального процесу. Ця робота є продовженням дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині в околі знайдених особливих точок [1–2], студентом, не наділим потужними логікою і пам'яттю, якого будемо називати студентом середніх здібностей або середнім студентом.

Постановка задачі і вихідні передумови

В роботі [1] нами синтезовані математичні моделі процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині у вигляді

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2\end{aligned}\quad (1)$$

для i -го часового напівінтервалу $[t^{(i)})$, протягом якого студент цю навчальну дисципліну не вивчає, у вигляді

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1 + \beta_{11}x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2\end{aligned}\quad (2)$$

для j -го часового напівінтервалу $[t_1^{(j)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем, та у вигляді

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 + \beta_{22}x_2\end{aligned}\quad (3)$$

для k -го часового напівінтервалу $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

В математичних моделях (1), (2), (3) α_{11}, α_{22} - коефіцієнти, що характеризують ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого раніше відповідно з викладачем і самостійно,

α_{12}, α_{21} - коефіцієнти, що характеризують синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу з викладачем та самостійно, β_{11}, β_{22} - коефіцієнти, що характеризують ступінь засвоєння нових знань відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, а x_1, x_2 - фазові координати, що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни відповідно на заняттях з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови:

$$x_1 = \frac{X_1}{X}, x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 1, \\ x_2 &\leq 1, \end{aligned} \quad (5)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

- де X – це та кількість знань, яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу T усі розділи програми певної навчальної дисципліни, X_1 - це така кількість знань з даної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача під час аудиторних занять, а X_2 - це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми.

У цій же роботі [1], допускаючи, що напівінтервали $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ слідує один за одним, і позначаючи кінцеві точки цих напівінтервалів символами $t_k^{(i)}, t_{1k}^{(j)}, t_{2k}^{(k)}$, визначені початкові умови, необхідні для однозначного розв'язання систем диференціальних рівнянь (1), (2), (3), у вигляді: для системи рівнянь (1) -

$$\begin{aligned} x_{1n}^{(i)} &= x_1(t_{2k}^{(k-1)}), \\ x_{2n}^{(i)} &= x_2(t_{2k}^{(k-1)}), \end{aligned} \quad (6)$$

для системи рівнянь (2) –

$$\begin{aligned} x_{1n}^{(j)} &= x_1(t_k^{(i)}), \\ x_{2n}^{(j)} &= x_2(t_k^{(i)}), \end{aligned} \quad (7)$$

для системи рівнянь (3) –

$$\begin{aligned} x_{1n}^{(k)} &= x_1(t_{1k}^{(j)}), \\ x_{2n}^{(k)} &= x_2(t_{1k}^{(j)}), \end{aligned} \quad (8)$$

В роботі [2] розпочато дослідження процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням синтезованих математичних моделей на заданих напівінтервалах $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ і визначені особливі точки $O_l(x_1, x_2), l = 1, 2$ фазової площини.

Показано, що усі три математичні моделі мають одну спільну особливу точку $O_1(0,0)$ та, що кожна модель має ще одну особливу точку $O_2(x_1, x_2)$, причому для моделі (1) – це точка

$$O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right), \text{ для моделі (2) – це точка } O_2\left(\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11} - \beta_{11}}{\alpha_{12}}\right), \text{ а для моделі (3) – це точка}$$

$$O_2\left(\frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{21}}, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}}\right), \text{ можливі місця розташування яких на фазовій площині показані на рис. 1. У цій же}$$

роботі [2] з'ясовано, що, якщо мова йде про студента, не наділеного потужними логікою і пам'яттю, то лише його особлива точка $O_1(0,0)$ розташована у заштрихованій області на рис. 1, оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} > \alpha_{12}, \alpha_{22} > \alpha_{21} \quad (9)$$

З'ясовано також і те, що, коли мова йде про студента, наділеного потужними логікою і пам'яттю, то в заштрихованій області фазової площини, яка є допустимою за умовами нашої задачі, може

знаходиться не лише особлива точка $O_1(0,0)$, але і особлива точка $O_2(x_1, x_2)$, оскільки для цього випадку справедливими є умови

$$\alpha_{11} < \alpha_{12}, \alpha_{22} < \alpha_{21} \tag{10}$$

В даній роботі ми продовжимо дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині з використанням моделей (1), (2), (3) в околі знайдених особливих точок та побудуємо фазові траєкторії цього процесу. І почнемо ми це продовження з дослідження процесу засвоєння навчальної дисципліни студентом, не наділеним потужними логікою і пам'яттю, якого будемо називати студентом середніх здібностей або середнім студентом.

Визначення характеристик особливих точок моделей студента середніх здібностей та побудова фазових траєкторій в їх околі

Оскільки на кожному з напівінтервалів $[t^{(i)}], [t_1^{(j)}], [t_2^{(k)}]$ процес засвоєння студентом середніх здібностей навчальної дисципліни описується різними моделями із множини (1), (2), (3), то і характер траєкторій на фазовій площині і характеристики особливої точки $O_1(0,0)$, яка для цього класу студентів буде єдиною в допустимій області фазової площини, теж відрізнятимуться.

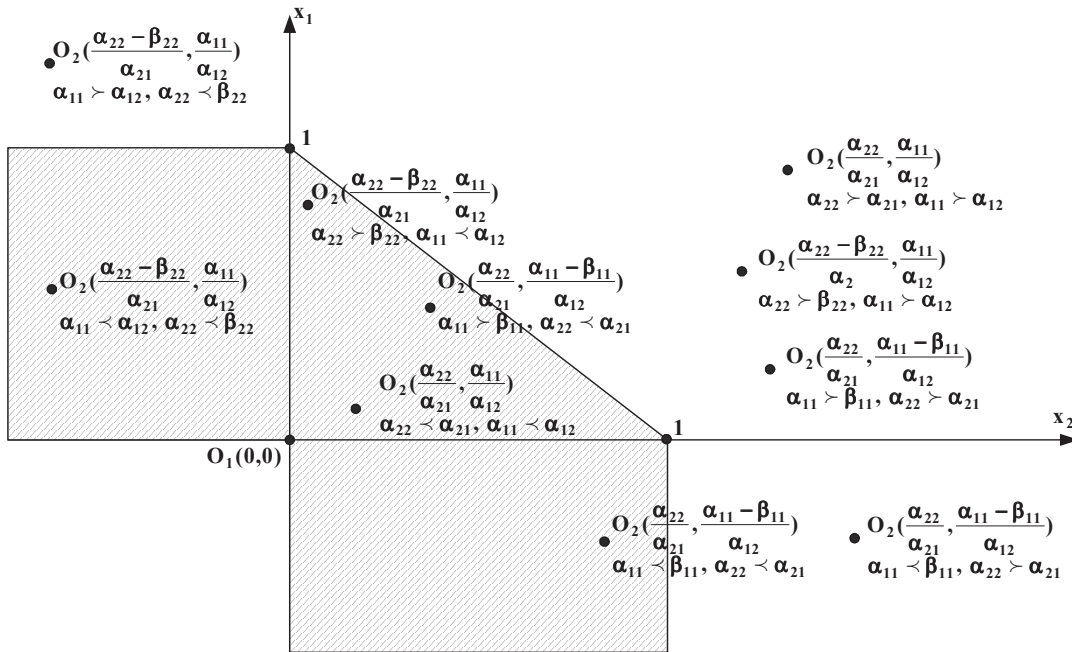


Рисунок 1 – Область розташування особливих точок на фазовій площині в задачі дослідження процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни

А тому потрібно процес засвоєння студентом середніх здібностей навчальної дисципліни на кожному із наведених напівінтервалів розглядати окремо.

Почнемо з напівінтервалу $[t^{(i)}]$, для якого справедливою є математична модель (1).

Як відомо [3], для визначення характеристик особливої точки і характеру фазових траєкторій в її околі замість нелінійної математичної моделі достатньо розглянути лінеаризовану модель, яка для моделі (1) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2 \end{aligned} \tag{11}$$

Матрицею коефіцієнтів математичної моделі (11) буде матриця

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

а характеристичне рівняння матиме вигляд

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} - \lambda & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (13)$$

або

$$(-\alpha_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} - \lambda) = 0, \quad (14)$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11}, \lambda_2 = -\alpha_{22} \quad (15)$$

Як відомо з теорії диференціальних рівнянь [3], при дійсних і від'ємних значеннях коренів (15) характеристичного рівняння (14) особлива точка $O_1(0,0)$ фазової площини (x_1, x_2) буде мати характеристики стійкого вузла, в якому закінчуватимуться фазові траєкторії. Визначимо характер цих траєкторій.

Спочатку визначимо, куди переміщатиметься точка на фазовій траєкторії з ростом часу.

Для цього диференціальні рівняння (11) перепишемо так:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{x_1} &= -\alpha_{11} dt, \\ \frac{dx_2}{x_2} &= -\alpha_{22} dt \end{aligned} \quad (16)$$

Інтегруючи рівняння (16), матимемо:

$$\begin{aligned} \ln x_1 &= -\alpha_{11}t + \ln C_1, \\ \ln x_2 &= -\alpha_{22}t + \ln C_2, \end{aligned} \quad (17)$$

або

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 e^{-\alpha_{11}t}, \\ x_2 &= C_2 e^{-\alpha_{22}t}, \end{aligned} \quad (18)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов (6).

Із виразів (18) видно, що з ростом часу t абсолютні значення фазових координат x_1, x_2 зменшуються. А це, у свою чергу, означає, що точка по фазовій траєкторії рухається з будь-якої початкової точки допустимої області фазової площини (x_1, x_2) в напрямку до особливої точки $O_1(0,0)$ (рис. 2).

Для з'ясування характеру фазових траєкторій в околі особливої точки $O_1(0,0)$ систему диференціальних рівнянь (16) діленням другого рівняння на перше приведемо до вигляду

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\alpha_{22}x_2}{\alpha_{11}x_1}, \quad (19)$$

або

$$\frac{dx_2}{x_2} = \frac{\alpha_{22}dx_1}{\alpha_{11}x_1} \quad (20)$$

Інтегруючи рівняння (20), матимемо

$$\ln x_2 = \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}} \ln x_1 + \ln C, \quad (21)$$

або

$$x_2 = C(x_1)^{\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11}}}, \quad (22)$$

де C – стала інтегрування, числове значення якої визначається з початкових умов (6).

Віссю симетрії кривої (22) буде пряма

$$x_2 = Cx_1, \quad (23)$$

яку отримаємо із рівняння (22) при

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} \quad (24)$$

Цілком очевидно, що при

$$C > 0, \quad (25)$$

пряма (23) лежить у першому квадранті фазової площини, а при

$$C < 0 \quad (26)$$

- у другому та четвертому квадрантах (рис. 2).

Легко бачити, що при

$$\alpha_{11} < \alpha_{22}, \quad (27)$$

крива (22) лежатиме на фазовій площині під прямою (23), оскільки при показниках степені, більших одиниці, в області значень аргументу, менших одиниці, значення показникової функції будуть меншими значень аргументу, а при

$$\alpha_{11} > \alpha_{22}, \quad (28)$$

крива (22) лежатиме на фазовій площині над прямою (23), оскільки при показниках степені, менших одиниці, в області значень аргументу, менших одиниці, значення показникової функції будуть більшими значень аргументу.

Для прикладу, при

$$\alpha_{11} = 2\alpha_{22} \quad (29)$$

крива (22) є кривою кореня квадратного, а при

$$2\alpha_{11} = \alpha_{22} \quad (30)$$

крива (22) є параболою.

На рис. 2 наведені фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни, які узагальнюють усе вище сказане, на напівінтервалі $[t^{(i)})$, на якому студент не працює ні з викладачем, ні самостійно, для випадку, коли

$$C = 1 \quad (31)$$

На перший погляд може здатися дивним те, що на рис. 2 зображені фазові траєкторії і у 2-му та 4-му квадрантах фазової площини, в яких одна із фазових координат приймає від'ємні значення. Але у дійсності у цьому нічого дивного немає, адже це цілком відповідає ситуаціям, які можуть виникнути при вивченні тієї чи іншої навчальної дисципліни, оскільки і з Інтернету, і від викладача з поганою професійною підготовкою студент може черпати не лише правильну інформацію, тобто, інформацію зі знаком плюс, але і не правильну інформацію, тобто, інформацію зі знаком мінус, або дезінформацію.

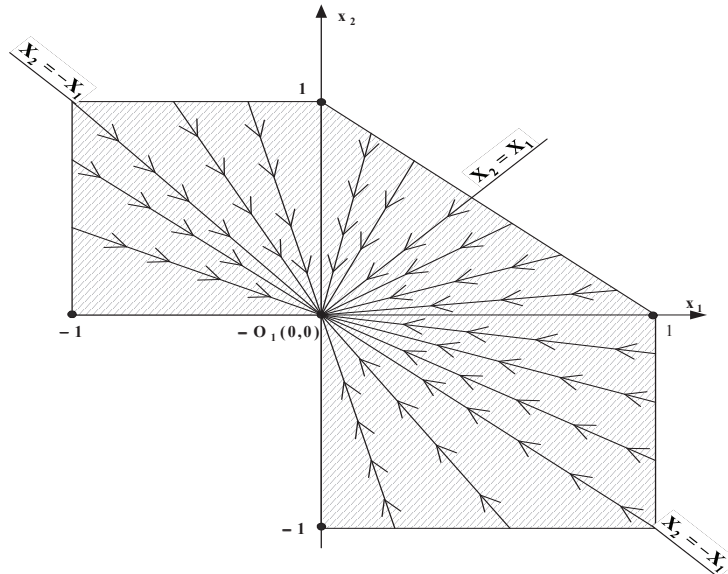


Рисунок 2 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізок часу, протягом якого студент не працює ні з викладачем, ні самостійно

Тепер проробимо аналогічні викладки для напівінтервалу $[t_1^{(j)})$, протягом якого студент середніх здібностей набуває додаткових знань, спілкуючись в аудиторії з викладачем.

У цьому випадку математичною моделлю процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни буде система диференціальних рівнянь (2), якій відповідатиме в околі особливої точки $O_1(0,0)$ лінеаризована модель

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= (-\alpha_{11} + \beta_{11})x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\alpha_{22}x_2, \end{aligned} \tag{32}$$

матриця коефіцієнтів якої матиме вигляд

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} + \beta_{11} & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} \end{bmatrix}, \tag{33}$$

а характеристичне рівняння –

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} + \beta_{11} - \lambda & 0 \\ 0 & -\alpha_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{34}$$

або

$$(-\alpha_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} - \lambda) = 0, \tag{35}$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11} + \beta_{11}, \lambda_2 = -\alpha_{22}. \tag{36}$$

Виконуючи дії за алгоритмом, описаним вище для попереднього напівінтервалу, знайдемо, що:

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 e^{-(\alpha_{11} - \beta_{11})t}, \\ x_2 &= C_2 e^{-\alpha_{22}t}, \end{aligned} \tag{37}$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов (7), а

$$x_2 = C(x_1)^{\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{11} - \beta_{11}}} \quad (38)$$

Із виразів (36), (37), (38) видно, що в разі, коли викладач має менш потужні логіку, пам'ять і рівень знань, ніж студент, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} < \alpha_{11}, \quad (39)$$

то особлива точка $O_1(0,0)$, як і у попередньому випадку, буде стійким вузлом, а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у цьому випадку матимуть такий же характер, як і фазові траєкторії, приведені на рис. 2, з тією лише різницею, що вісь симетрії у них визначатиметься тією ж прямою (23), але визначеною за умови

$$\alpha_{11} - \beta_{11} = \alpha_{22} \quad (40)$$

Із цих же виразів (36), (37), (38) видно, що в разі, коли викладач має логіку, пам'ять і рівень знань рівноцінні логіці, пам'яті і рівню знань студента, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} = \alpha_{11}, \quad (41)$$

то корінь λ_1 характеристичного рівняння (35) згідно з виразом (36) стає рівним нулю, особлива точка $O_1(0,0)$ «розпливається» вздовж осі x_1 , а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 3 а.

І, нарешті, із цих же виразів (36), (37), (38) видно, що в разі, коли викладач має логіку, пам'ять і рівень знань потужніші логіки, пам'яті і рівня знань студента, якого він навчає, тобто, коли

$$\beta_{11} > \alpha_{11}, \quad (42)$$

то корінь λ_1 характеристичного рівняння (35) згідно з виразом (36) стає більшим нуля, особлива точка $O_1(0,0)$ згідно з [3] характеризуватиметься як «сідло», а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 3 б.

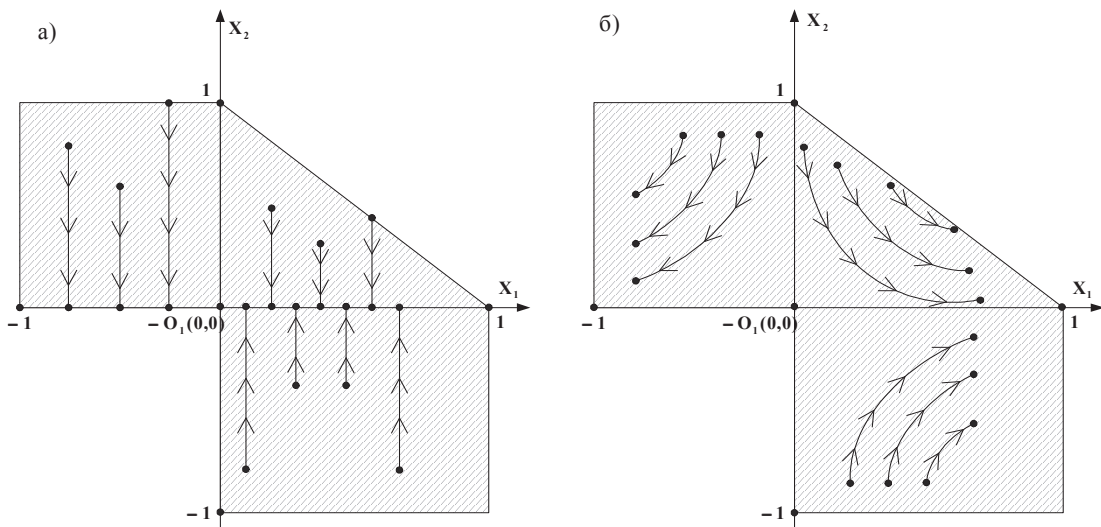


Рисунок 3 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізок часу, протягом якого студент працює з викладачем, за умови, що викладач має логіку, пам'ять і рівень знань менш потужні, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента (а), та за умови, що логіка, пам'ять і рівень знань викладача є більш потужними, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента (б).

На завершення аналізу проробимо аналогічні викладки для напівінтервалу $[t_2^{(k)})$, протягом якого студент набуває додаткових знань, працюючи самостійно.

У цьому випадку математичною моделлю процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни буде система диференціальних рівнянь (3), якій відповідатиме в околі особливої точки $O_1(0,0)$ лінеаризована модель

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_{11}x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= (-\alpha_{22} + \beta_{22})x_2,\end{aligned}\tag{43}$$

матриця коефіцієнтів якої матиме вигляд

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_{11} & \dots & 0 \\ \dots & 0 & -\alpha_{22} + \beta_{22} \end{bmatrix},\tag{44}$$

а характеристичне рівняння –

$$\begin{vmatrix} -\alpha_{11} - \lambda & \dots & 0 \\ \dots & 0 & -\alpha_{22} + \beta_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0,\tag{45}$$

або

$$(-\alpha_{11} - \lambda)(-\alpha_{22} + \beta_{22} - \lambda) = 0,\tag{46}$$

з коренями

$$\lambda_1 = -\alpha_{11}, \lambda_2 = -\alpha_{22} + \beta_{22}.\tag{47}$$

Виконуючи дії за алгоритмом, описаним вище для попередніх напівінтервалів, знайдемо, що:

$$\begin{aligned}x_1 &= C_1 e^{-\alpha_{11}t}, \\ x_2 &= C_2 e^{(-\alpha_{22} + \beta_{22})t},\end{aligned}\tag{48}$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, числове значення яких визначається за допомогою початкових умов (8), а

$$x_2 = C(x_1)^{\frac{\alpha_{22} - \beta_{22}}{\alpha_{11}}}\tag{49}$$

Із виразів (47), (48), (49) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має менш потужні логіку і ступінь доступності викладення матеріалу, ніж потрібні студенту для їх осмислення, тобто, коли

$$\beta_{22} < \alpha_{22},\tag{50}$$

то особлива точка $O_1(0,0)$, як і у першому випадку, буде стійким вузлом, а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у цьому випадку матимуть такий же характер, як і фазові траєкторії, приведені на рис. 2, з тією лише різницею, що вісь симетрії у них визначатиметься тією ж прямою (23), але визначеною за умови

$$\alpha_{22} - \beta_{22} = \alpha_{11}\tag{51}$$

Із цих же виразів (47), (48), (49) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу рівноцінну логіці, пам'яті і рівню знань студента, який по цьому засобу самостійно навчається, тобто, коли

$$\beta_{22} = \alpha_{22},\tag{52}$$

то корінь λ_2 характеристичного рівняння (46) згідно з виразом (47) стає рівним нулю, особлива точка $O_1(0,0)$ «розпливається» вздовж осі x_2 , а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4 а.

І, нарешті, із цих же виразів (47), (48), (49) видно, що в разі, коли засіб для самостійної роботи (навчальний посібник, підручник, публікація в Інтернеті) має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу потужніші за логіку, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає, тобто, коли

$$\beta_{22} > \alpha_{22}, \quad (53)$$

то корінь λ_2 характеристичного рівняння (46) згідно з виразом (47) стає більшим нуля, особлива точка $O_1(0,0)$ згідно з [3] характеризуватиметься як «сідли», а фазові траєкторії процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни набувають вигляд, показаний на рис. 4 б.

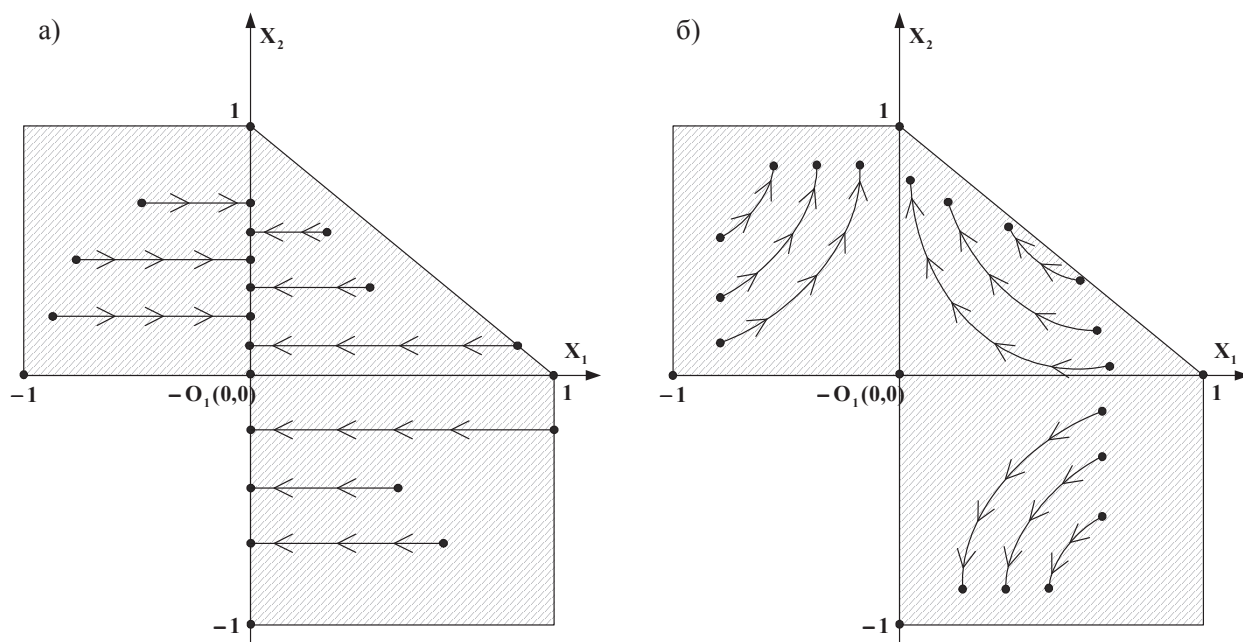


Рисунок 4 – Фазові траєкторії процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізку часу, протягом якого студент працює самостійно, за умови, що засіб самостійної роботи має логіку і ступінь доступності викладення матеріалу менш потужні, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає (а), та за умови, що логіка і ступінь доступності викладення матеріалу в засобі самостійної роботи є більш потужними, ніж логіка, пам'ять і рівень знань студента, який його вивчає (б).

Висновки

1. Визначені області значень параметрів математичних моделей, що описують процес засвоєння студентом програми навчальної дисципліни, у разі, якщо студент має середні здібності щодо цього.
2. Визначені характеристики особливих точок на фазовій площині процесу засвоєння студентом середніх здібностей програми навчальної дисципліни на відрізках часу для випадків, коли він не вивчає цю дисципліну, вивчає її за допомогою викладача та вивчає самостійно за допомогою навчальних посібників і підручників або Інтернету, а також побудовані фазові траєкторії цього процесу в околі особливих точок на кожному із цих відрізків часу.
3. Підготовлена уся необхідна інформація, за допомогою якої можна побудувати на фазовій площині траєкторію процесу засвоєння програми навчальної дисципліни від першого знайомства з нею до складання іспиту на її знання.

Список використаної літератури

1. Мокін Б. І. Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині / Б. І. Мокін, А. В. Пислярова, Ю. В. Мокіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 5. – С. 109–112.

2. Мокін Б. І. Дослідження характеру особливих точок на фазовій площині процесу засвоєння студентом програми навчальної дисципліни / Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, Ю. В. Мокіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 6. – С. 108–113.
3. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи / А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – Киев: Высшая школа. – 1984. – 408 с.

Відомості про авторів

Мокін Борис Іванович – д.т.н., професор, академік НАПНУ, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Писклярова Анна Валеріївна – к.т.н., проректор з науково-педагогічної роботи по організації виховного процесу;

Мокіна Юлія Вікторівна – к.е.н., доцент кафедри менеджменту та моделювання в економіці.