УДК 62-50+681.3(06)+51.7+519.6

Т. М.ДИВАК

Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ІНТЕРВАЛЬНОГО РІЗНИЦЕВОГО ОПЕРАТОРА НА ПРИКЛАДІ МАКРОМОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ВОЛОГОСТІ У ЛИСТІ ГІПСОКАРТОНУ В ПРОЦЕСІ ЙОГО СУШІННЯ

Анотація. Розглянуто в загальному вигляді задачу параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді різницевого оператора на основі аналізу інтервальних даних. Запропоновано для її розв’язування поєднати метод випадкового пошуку із застосуванням направляючого конуса та метод поділу вибірки інтервальних даних на основну та перевірочну частини. Наведено приклад параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора для прогнозування розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння.

Ключові слова: параметрична ідентифікація, макромодель, інтервальний різницевий оператор.

Аннотация. Рассмотрено в общем виде задачу параметрической идентификации макромодели в виде разностного оператора с использованием интервальных данных. Для решения этой задачи предложено комплексное применение двух методов: случайного поиска с применением направляющего конуса; метод деления выборки интервальных данных на основную и проверочную. Приведен пример параметрической идентификации макромодели в виде интервального разностного оператора для прогнозирования распределения влаги в листе гипсокартона в процессе его сушки.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, макромодель, интервальный разностный оператор.

The Abstract. The task of parametric identification of macromodel in form of a difference operator with interval data are considered. To solve this task, are developed application which based on two methods: directing cone random search method; method of dividing interval data with primary and verification parts. Example of parametric identification task in the form of interval difference operator to predict the distribution of humidity in the sheet of drywall in the process of drying are provided.

Keywords: parametric identification, macromodel, interval difference operator

Вступ

Задача забезпечення якості продукції та управління процесами при виробництві гіпсокартону, де основним процесом є контроль розподілу вологості на завершальній стадії його виготовлення, вимагає побудови математичної моделі розподілу вологості у листі гіпсокартону, залежно від чинників технологічного процесу [1]. Створення математичної моделі суттєвим чином знижує витрати на дослідження технологічного процесу і забезпечує зниження відсотка бракованої продукції.

Актуальність

Переважно для побудови математичних моделей розподілу вологості у деякому середовищі використовують диференціальні рівняння в частинних похідних із необхідністю детального опису середовища, у якому відбуваються процеси дифузії. Для отримання розв’язку таких рівнянь застосовують чисельні методи, попередньо апроксимувавши диференціальні рівняння різницевими схемами, наприклад, за схемою Кранка-Ніколсона [2]. Проте детермінований підхід не придатний у зазначеному випадку, оскільки передбачає суттєве ускладнення моделі при потребі адекватно відобразити процеси дифузії в неоднорідному середовищі таза умов неоднорідного температурного поля в сушильній камері. Концентруючи увагу на фізичних властивостях середовища, його неоднорідності, досліднику доводиться суттєво ускладнювати математичну модель, незважаючи на те що на практиці співставити результати моделювання із реальними даними, отриманими за умов, що відповідають умовам моделювання є достатньо складно. У першу чергу це пов’язано зі складністю вимірювального експерименту та великими витратами на його проведення для значної кількості продукції.

За цих умов доцільно побудувати математичну макромодель на основі невеликої вибірки результатів експерименту, яка б відображала залежність розподілу вологості у листі гіпсокартону від технологічних чинників на стадії його сушіння. Зважаючи на фізичні властивості процесу, макромодель доцільно будувати у вигляді дискретного аналога деякого диференціального рівняння в частинних похідних – різницевої схеми (різницевого оператора) на основі аналізу результатів експерименту [2]. Щодо точності макромоделі, то вона повинна визначатися точністю вимірювання вологості та бути в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції. Таким чином результати експерименту із урахуванням умов допустимих меж вологості у листі гіпсокартону можуть бути представлені в інтервальному вигляді, а для побудови макромоделі у вигляді різницевого оператора доцільно використати методи аналізу інтервальних даних [3].

Мета

Зважаючи на вище зазначене, метою праці є розробка методу параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді різницевого оператора на основі аналізу інтервальних даних і застосування зазначеного методу для побудови макромоделі для прогнозування розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння.

Постановка задачі параметричної ідентифікації в загальному вигляді.

Розглядаємо задачу параметричної ідентифікації лінійного різницевого оператора у такому загальному вигляді [4]:

$$v_{i,j,h,k} = \vec{f}^{T}(v_{0,0,0,0},...,v_{0,0,h-1,0},v_{i-1,0,0,0},...,v_{0,j-1,0,0},...,$$
$$v_{i-1,j-1,h-1,k-1},\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\vec{g},\ i=1,...,I,\ j=1,...,J,h=1,...,H,k=1,...,K, \quad (1)$$

де $\vec{f}^{T}(\bullet)$ - вектор відомих базисних функцій, з допомогою яких виконують перетворення значень модельованої характеристики об’єкта, а також вхідних змінних у дискретних точках простору та для певних часових дискет; $v_{i,j,h,k}$ – модельована характеристика (відносна вологість) у точці з дискретно заданими просторовими координатами $i=1,...,I$, $j=1,...,J$, $h=1,...,H$ та на часовій дискреті $k=1,...,K$; $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ - вектори вхідних змінних (управлінь) у точках з дискретно заданими просторовими координатами $i=1,...,I$, $j=1,...,J$, $h=1,...,H$ та на часовій дискреті $k=0,...,K$; $\vec{g}$ – вектор параметрів різницевого оператора.

У подальшому, будемо приймати структуру різницевого оператора відомою, або знайденою виходячи із фізичних міркувань чи за допомогою методів самоорганізації [5].

Для реалізації різницевої схеми необхідно задати початкові умови, тобто значення кожного елементу із набору $v_{0,0,0,0},...,v_{0,0,h-1,0},v_{i-1,0,0,0},...,v_{0,j-1,0,0},...,\ v_{i-1,j-1,h-1,k-1},\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ для певних дискет при відомих значеннях компонент вектора $\vec{g}$ параметрів. Отже актуальною є задача налаштування параметрів різницевого оператора (1) у такий спосіб, щоб забезпечити максимальне узгодження модельованої характеристики об’єкта з експериментально отриманими значеннями цієї характеристики. Така задача називається задачею параметричної ідентифікації [6].

Важливою проблемою є забезпечення певної точності макромоделі. Будемо її задавати в межах точності вимірювання вологості приладами та в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції. Зважаючи на зазначені умови, результати експерименту доцільно представляти у вигляді інтервалів можливих значень характеристики, що моделюється:

$$[z^{-}_{i,j,h,k};z^{+}_{i,j,h,k}],\ i=1,...,I,\ j=1,...,J,h=1,...,H,k=1,...,K, \quad (2)$$

де $z^{-}_{i,j,h,k}, z^{+}_{i,j,h,k}$ - відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень виміряної вологості у точці з дискретно заданими просторовими координатами $i=1,...,I$, $j=1,...,J$, $h=1,...,H$ та часовою дискретою $k=1,...,K$.

Тоді вектор оцінок $\hat{\vec{g}}$ параметрів $\vec{g}$ у різницевому операторі (1) можемо отримати на основі аналізу інтервальних даних [4]. Підставляючи вектор оцінок параметрів $\hat{\vec{g}}$ різницевого оператора замість вектора їх істинних значень $\vec{g}$ у вираз (2) разом із заданими початковими інтервальними значеннями кожного елементу із набору $[\hat{v}_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,0,h-1,0}],[\hat{v}_{i-1,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,j-1,0,0}],...,$ $[\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}]$ та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ отримаємо інтервальну оцінку модельованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}]=[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k};\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}]=\vec{f}^{T}([\hat{v}_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,0,h-1,0}],[\hat{v}_{i-1,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,j-1,0,0}],...,$$
$$[\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}},\ i=1,...,I,\ j=1,...,J,h=1,...,H,k=1,...,K, \quad (3)$$

Отже математичну модель розподілу вологості в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції в задачі управління процесами при виробництві гіпсокартону описуватимемо різницевим оператором у загальному вигляді (3). Враховуючи, що усі обчислення у виразі (3) проводять із використанням інтервальної арифметики, різницевий оператор (3) будемо називати інтервальним різницевим оператором (ІРО) [7].

Сформулюємо математично задачу параметричної ідентифікації ІРО на основі аналізу інтервальних даних. Спираючись на вимоги забезпечення точності математичної моделі в межах точності вимірювального експерименту та в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції в задачі управління процесами при виробництві гіпсокартону, умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (2), із даними отриманими на основі математичної моделі у вигляді різницевого оператора (3) сформулюємо у такому вигляді:

$$[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}]\subset[z^{-}_{i,j,h,k};z^{+}_{i,j,h,k}],\ \forall i=1,...,I,\ \forall j=1,...,J,\forall h=1,...,H,\forall k=1,...,K. \quad (4)$$

Підставимо у вирази (4) замість інтервальних оцінок $[\hat{v}^-_{i,j,h,k};\hat{v}^+_{i,j,h,k}]$ модельованої характеристики її інтервальні значення, обчислені на основі ІРО (3) разом із урахуванням заданих початкових інтервальних значень кожного елементу із набору

$$[\hat{v}_{0,0,0,0}]\subseteq[z_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,0,h-1,0}]\subseteq[z_{0,0,h-1,0}],$$

$$[\hat{v}_{i-1,0,0,0}]\subseteq[z_{i-1,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,j-1,0,0}]\subseteq[z_{0,j-1,0,0}],...,\ [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}]\subseteq[z_{i-1,j-1,h-1,k-1}] \quad (5)$$

та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$, у загальному вигляді отримаємо:

$$\begin{cases} [\hat{v}^-_{0,0,0,0};\hat{v}^+_{0,0,0,0}]\subseteq[z^-_{0,0,0,0};z^+_{0,0,0,0}],...[\hat{v}^-_{i-2,j-2,h-2,k-2};\hat{v}^+_{i-2,j-2,h-2,k-2}]\subseteq[z^-_{i-2,j-2,h-2,k-2};z^+_{i-2,j-2,h-2,k-2}] \\ [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}]=\vec{f}^T([\hat{v}_{0,0,0,0}],...[\hat{v}_{0,0,h-1,0}],[\hat{v}_{i-1,0,0,0}],...[\hat{v}_{0,j-1,0,0}],...[\hat{v}_{i-2,j-2,h-2,k-2}],\vec{u}_0,...,\vec{u}_{k-1})\cdot\hat{\vec{g}} \\ z^-_{i,j,h,k}\le\vec{f}^T([\hat{v}_{0,0,0,0}],...[\hat{v}_{0,0,h-1,0}],[\hat{v}_{i-1,0,0,0}],...[\hat{v}_{0,j-1,0,0}],...[\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}],\vec{u}_{i,j,h,0},...\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}}\le z^+_{i,j,h,k}, \\ \qquad i=2,..I,\ j=2,...,J,\ h=2,...,H,\ k=2,...,K \end{cases} \quad (6)$$

Як відомо, отримана система є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [8]. Отже задача ідентифікації параметрів ІРО (3) за умов (4) є задачею знаходження хоча б одного розв'язку ІСНАР у вигляді (6). Зауважимо, що розв'язки цієї системи належать не опуклій області Ω, що суттєвим чином ускладнює розв'язування задачі параметричної ідентифікації.

Метод розв'язування задачі

На сьогодні, для розв'язування задачі параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді ІРО найбільш обґрунтованим є метод випадкового пошуку хоча б одного розв'язку ІСНАР. При цьому метод пошуку цього розв'язку формулюють у вигляді задачі мінімізації функції мети [9]

$$\delta(\hat{\vec{g}})\xrightarrow{\hat{\vec{g}}}\min, \quad (7)$$

де значення функції мети $\delta(\hat{\vec{g}})$ на l –тому кроці процедури випадкового пошуку визначають «якість» знайденої оцінки параметрів різницевого оператора $\hat{\vec{g}}_l$.

У працях [9] запропоновано якість оцінки параметрів різницевого оператора визначати кількісно у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину. Формально ці умови запишемо у такому вигляді:

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l)=\max_{i=1,...,I,j=1,...,J,h=1,...,H,k=1,...,K}\left\{\left|mid([\hat{v}_{i,j,h,k}])-mid([z_{i,j,h,k}])\right|\right\},$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]=\varnothing\ \ \exists\ i=1,...,I,\ \exists\ j=1,...,J,\ \exists\ h=1,...,H,\ \exists\ k=1,...,K$ (8)

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l)=\max_{i=1,...,I,j=1,...,J,h=1,...,H,k=1,...,K}\left\{wid([\hat{v}_{i,j,h,k}])-wid([\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}])\right\},$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]\ne\varnothing\ \ \forall\ i=1,...,I,\ \forall\ j=1,...,J,\ \forall\ h=1,...H,\ \forall\ k=1,...,K$ (9)

де $mid(\bullet)$, та $wid(\bullet)$, - операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

Слід зауважити, що формула (9) визначає якість поточного наближення у випадку достатньо грубої оцінки вектора параметрів, коли існують дискрети, у яких прогнозований інтервал не перетинається із експериментальним [10].

В основі зазначеної обчислювальної схеми реалізації методу параметричної ідентифікації ІРО покладено процедури випадкового пошуку із використанням направляючого конуса [11].

На початковій ітерації випадкового пошуку (l=0) задаємо початкове наближення вектора параметрів ІРО $\hat{\vec{g}}_0$. В околі цього наближення на поверхні уявної гіперсфери, радіусом r, тобто на відстані r від точки $\hat{\vec{g}}_0$ в просторі параметрів на основі рівномірного закону розподілу генеруємо p випадкових точок:

$$\hat{\vec{g}}_p=\hat{\vec{g}}_0+r\cdot\vec{\xi}_p,\ p=1,...,P \quad (10)$$

Серед згенерованих точок вибираємо точку, яка забезпечує найменше значення функції мети:

$$\hat{\vec{g}}_1 = \underset{p=1,\ldots,P}{\arg\min}(\delta(\hat{\vec{g}}_0 + r\cdot\vec{\xi}_p)). \quad (11)$$

Отримана оцінка вектора параметрів ІРО є наближенням для наступної ітерації. Додатково у цій процедурі обчислюємо вектор пам'яті, який визначає успішний напрям пошуку:

$$\vec{w} = (\hat{\vec{g}}_1 - \hat{\vec{g}}_0)/r\,. \quad (12)$$

На наступних ітераціях в просторі параметрів будуємо уявний гіперконус із вершиною $\hat{\vec{g}}_l$, яка є поточною оцінкою вектора параметрів ІРО, з кутом розкриття ψ і віссю $\vec{w}_l$. Цей гіперконус «відсікає» від гіперсфери з центром у точці $\hat{\vec{g}}_l$ і радіусом r деяку поверхню. На отриманій поверхні в просторі параметрів генеруємо на основі рівномірного закону розподілу p випадкових точок за формулою (10), де вектор $\vec{\xi}_p$ в даному випадку обчислюємо виходячи із обмежень на параметри конуса. Серед згенерованих точок вибираємо точку, яка забезпечує найменше значення функції мети:

$$\hat{\vec{g}}_{l+1} = \underset{p=1,\ldots,P}{\arg\min}(\delta(\hat{\vec{g}}_l + r\cdot\vec{\xi}_p)). \quad (13)$$

Отримана оцінка вектора параметрів ІРО є наближенням для наступної l+1 ітерації пошукової процедури.. Додатково у цій процедурі перевизначаємо вектор пам'яті:

$$\vec{w}_{l+1} = \alpha\cdot\vec{w}_l + \beta\cdot\frac{\hat{\vec{g}}_{l+1} - \hat{\vec{g}}_l}{r}, \quad (14)$$

де α - ($0 \le \alpha \le 1$) – коефіцієнт забування, а β – коефіцієнт інтенсивності врахування нової інформації. Пошук продовжується до тих пір, поки зменшується значення функції мети. Якщо ж значення функції мети не зменшується на певній ітерації, то замість конуса використовуємо гіперсферу, як на початковій ітерації для заданого вектора оцінок параметрів. Якщо ж і далі серед згенерованих точок не можливо знайти точку, яка забезпечує зменшення функції мети, то у цьому випадку налаштовуємо довжину кроку r, як правило зменшуємо її.

Додатково, до розглянутого методу, з метою підвищення його збіжності та зменшення обчислювальної складності було запропоновано увести процедуру поділу усього набору інтервальних даних на основну та додаткову частини у співвідношенні 60% на 40 % [12].

Застосування процедури випадкового пошуку для розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІРО у вигляді задачі мінімізації функції мети (7)

забезпечує знаходження послідовності $\hat{\vec{g}}_1$, $\hat{\vec{g}}_2,\ldots,\hat{\vec{g}}_l,\ldots$ оцінок параметрів і відповідної послідовності значень функції мети $\delta(\hat{\vec{g}}_1)$, $\delta(\hat{\vec{g}}_2),\ldots,\delta(\hat{\vec{g}}_l)$. При цьому процедуру випадкового пошуку необхідно організувати у такий спосіб, щоб забезпечити умови зменшення значень функції мети $\delta(\hat{\vec{g}}_1) > \delta(\hat{\vec{g}}_2) > \ldots > \delta(\hat{\vec{g}}_l) > \ldots > \delta(\hat{\vec{g}}_{l=L} = \hat{\vec{g}} \in \Omega)$ за скінчену та якомога меншу кількість ітерацій $l=L$. Зауважимо, що розв'язком задачі оптимізації (7) є вектор оцінок $\hat{\vec{g}} \in \Omega$ параметрів лінійного ІРО (3).

Приклад ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора для прогнозування розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння.

Проведемо ідентифікацію математичної моделі розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння.Розглядаємо процес виробництва листів гіпсокартону стандартних розмірів: товщина 9,5мм, довжина 2500мм та ширина 1200мм [1].

Вибір структури різницевого оператора проведемо виходячи із фізичних міркувань. Аналіз технологічної схеми виробництва гіпсокартону показав, що основними технологічними управляючими чинниками на цій стадії є температура у сушильній камері та швидкість подачі листа [1]. При формуванні структури різницевого оператора врахуємо, що для контролю якості готової продукції, оцінку вологості оцінюють на поверхні листа гіпсокартону. Також вважаємо, що поле розподілу вологості є стаціонарним. Спостерігається деякий плавних характер зміни вологості внаслідок певних дифузійних властивостей середовища. Зважаючи на цей факт доцільно розглядати різницевий оператор не вище другого порядку. Вище наведені міркування, представимо структуру різницевого оператора, який описуватиме стаціонарне поле розподілу вологості у листі гіпсокартону, у такому вигляді:

$$v_{i,j,k} = g_1 + g_2 \cdot v_{i-1,j,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) +$$
$$\hat{g}_3 \cdot v_{i,j-1,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_4 \cdot v_{i-1,j-1,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_5 \cdot v_{i,j-2,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) +$$
$$g_6 \cdot v_{i-1,j-2,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_7 \cdot v_{i,j-1,k} \cdot v_{i-1,j-2,k}, \tag{15}$$

де $\vec{g} = (g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, vg_6, g_7)^T$ – вектор параметрів різницевого оператора; $v_{i,j,k}$ - відносна вологість в, точці з дискретними координатами на поверхні *k*-го листа гіпсокартону; $u_{1,0}, u_{1,k}$ - температури у сушильній камері при заданих для тестового набору даних та при прогнозуванні для k-го її значення, відповідно; $u_{2,0}$, $u_{2,k}$ - швидкості переміщення листа у сушильній камері при заданих для тестового набору даних та при прогнозуванні для k-го її значення, відповідно.

Результати вимірювань вологості при різних режимах технологічного процесу, наведено у таблиці. Відносна похибка вимірювань у даному випадку складала ε=5%. Допустимі межі відносної вологості на поверхні листів гіпсокартону, для забезпечення виробництва якісної продукції повинні бути в межах від 0,6% до 0,9%. В протилежному випадку продукція відбраковується. Діапазон розкиду відносно середнього значення 0,75% складає: $\pm$20%. Як бачимо, діапазон розкиду є набагато більший по відношенню до точності вимірювань.

У таблицях 1,2 використано такі позначення: *i*-дискретне значення координати x з кроком Δx=300 мм (перша дискрета на відстані 200мм від краю листа); j-дискретне значення координати y із кроком Δy=300 мм, початкові точки зазначено на відстані 150 мм від краю листа.

Користуючись даними таблиці 1 та таблиці 2, а також відомими значеннями похибок вимірювань ε=5%., інтервальні дані $[z^-_{i,j,k}; z^+_{i,j,k}]$, $i = 0,...,3$, $j = 0,...,7$, $k = 0,1$, отримаємо із виразів $z^-_{i,j,k} = z_{i,j,k} - z_{i,j,k} \cdot \varepsilon$ та $z^-_{i,j,k} = z_{i,j,k} + z_{i,j,k} \cdot \varepsilon$.

Таблиця 1- Виміряні значення вологості $z_{i,j,k}$ на листі гіпсокартону для заданих технологічних чинників: $u_{1,0}$ = $120C^\circ$, $u_{2,0}$ = 0.25 м/хв.

i / j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,60	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,70	0,71	0,67	0,66	0,65

Таблиця 2- Виміряні значення вологості $z_{i,j,k}$ на листі гіпсокартону для заданих технологічних чинників: $u_{1,k=1}$ = $125C^\circ$, $u_{2,k=1}$ = 0.28 м/хв.

i / j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,71	0,75	0,76	0,79	0,79	0,75	0,73	0,69
1	0,76	0,80	0,87	0,91	0,96	0,94	0,89	0,82
2	0,78	0,89	0,93	0,97	0,98	0,96	0,88	0,82
3	0,73	0,75	0,78	0,79	0,8	0,77	0,76	0,71

Тепер маючи загальний вигляд різницевого оператора (15) сформулюємо оптимізаційну задачу у вигляді (7). При цьому за початкові умови покладемо інтервальні оцінки виміряної вологості на листі гіпсокартону при заданій температурі $u_{1,0}$ у сушильній камері для тестового набору даних та для заданої швидкості $u_{2,0}$- переміщення листа у сушильній камері для того ж тестового набору (в межах $\pm$1% від значень, наведених у першій стрічці та двох стовпцях таблиці 1).

В результаті розв'язування цієї задачі методом параметричної ідентифікації ІРО із використанням процедури випадкового пошуку на основі направляючого конуса та застосуванням процедури поділу усього набору інтервальних даних на основну та додаткову частини у співвідношенні 60% на 40 % отримано ІРО у такому вигляді [12]:

$$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}] = \hat{g}_1 + (u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot \hat{g}_2\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]+$$

$$\hat{g}_3\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]+\hat{g}_4\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]+$$

$$\hat{g}_5\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i,j-2,k}]+\hat{g}_6\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]+$$

$$\hat{g}_7\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]\quad i=1,\ldots,3,\ j=2,\ldots,7 \tag{16}$$

де $(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j,k=0};\hat{v}^{+}_{i,j,k=0}]\subset[z^{-}_{i,j,k=0};z^{+}_{i,j,k=0}]=$ $[z_{i,j,k=0}-z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01; z_{i,j,k=0}+z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01]$, $\{i=0,\ j=0,\ldots,7\}\vee\{i=0,\ldots,3,\ j=0,\ldots,1\}$ – задані початкові умови; $\hat{g}_1$= 0.350; $\hat{g}_2$=0.079; $\hat{g}_3$=1.082; $\hat{g}_4$= 0.189; $\hat{g}_5$=-0.447; $\hat{g}_6$=-0.496; $\hat{g}_7$= 0.156; $\hat{g}_8$=0.037; $\hat{g}_9$=-0.385 – отримані оцінки значень параметрів ІРО.

На рисунку 1 графічно представлено розподіл вологості на листі гіпсокартону для оптимальних технологічних чинників: температура у сушильній камері (u_1=123C$^\circ$) та швидкості переміщення листа у цій камері (u_2=0.26 м/хв), який отримано на основі різницевого оператора (16).

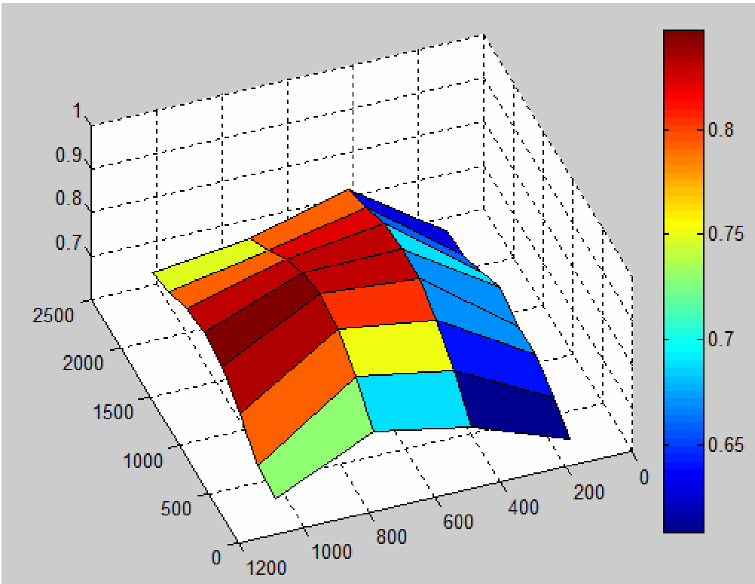

Рисунок1 – Розподіл вологості для оптимальних чинників технологічного процесу

Як бачимо із рис. 1, розподіл вологості для заданих технологічних чинників є в межах від 0,6% до 0,9%. Також спостерігається підвищення вологості в центрі листа, що повністю відповідає фізичним властивостям процесу і підтверджує адекватність побудованої макромоделі.

Висновки

1. Встановлено, що задача параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді різницевого оператора на основі аналізу інтервальних даних математично є задачею знаходження розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь.

2. Для знаходження розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь запропоновано поєднати метод випадкового пошуку із застосуванням направляючого конуса та метод поділу вибірки інтервальних даних на основну та перевірочну частини.

3. Результати поєднаного застосування двох методів підтверджено на прикладі параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора для прогнозування розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння.

Література

1. http://msd.in.ua/lin-proizv-gips-karton/
2. Кодингтон Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Кодингтон, Н. Левинсон // Пер. с англ., Изд. 2. – 2007.- 472с.
3. Дивак М.П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними / М.П. Дивак - Тернопіль: - Економічна думка, 2011.-216 с.
4. Войтюк І. Ф. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак, А. В. Пукас // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – № 1 (37). – С. 44–52.
5. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А.Г. Ивахненко - Киев: - Наукова думка, 1981.- 296 с.
6. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина // Л. Льюнг – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
7. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер – М. : – Мир, 1987. – 360 с.
8. Дивак М.П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М.П. Дивак, Т.М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2009. - Вип.1– 236с. – С.35-43.
9. Дивак М.П. Оптимальна процедура налаштування параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, І.Ф. Войтюк // Відбір та обробка інформації.- 2008. – Вип 27 (103) - С.17-23.
10. Дивак М.П. Дослідження цільової функції в задачах параметричної ідентифікації інтервального різницевого оператора із заданою точністю/ М.П. Дивак, Т.М. Дивак, П.Г. Стахів // Міжнародний науковий журнал "Комп'ютинг". – 2011. – Том 10. – Вип. 2. – С. 162-171р.
11. Растригин Л.А. Адаптация сложных систем / Л.А. Растригин - Рига: Зинатне, 1981,- 359 с.
12. Дивак Т.М. Метод параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора із розділенням вибірки даних / Т.М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2011. -Вип.3– 246с. – С.49-60.

Відомості про авторів

Дивак Тарас Миколайович – аспірант кафедри комп'ютерних наук, Тернопільського національного економічного університету, Юності 9, м. Тернопіль, 46 000, taras.dyvak@gmail.com.