КОМП`ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА КОМПОНЕНТИ

УДК 681.325.5

О. Д. АЗАРОВ, О. І. ЧЕРНЯК

Вінницький національний технічний університет

ОБМЕЖЕННЯ АДИТИВНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ ПРИ ПОРОЗРЯДНІЙ ПОТОКОВІЙ ОБРОБЦІ В АМ-СИСТЕМАХ ЧИСЛЕННЯ

Анотація. У вступі описано використання порозрядної потокової обробки в АМ-системах числення і її переваги. Визначено актуальність обмежень адитивних співвідношень для цих систем числення і можливість їх визначення за допомогою аналізу порозрядного потокового додавання. Сформульована задача досліджень для даної статті. Описано клас АМ-систем числення та їх властивості. Наведено обмеження, що накладаються на параметри адитивних співвідношень. Проведено аналіз організації перенесення при додаванні в АМ-системах числення. Обгрунтовано необхідність запропонованих авторами обмежень адитивних співвідношень для організації порозрядної потокової обробки. В кінці статті наведено список відомих наукових публікацій по даній темі.
Ключові слова: порозрядна потокова обробка, АМ-системи числення, адитивне співвідношення, перенесення.
Аннотация. Во введении описано использование поразрядной потоковой обработки в АМ-системах счисления и ее преимущества. Определена актуальность ограничений аддитивных соотношений для этих систем счисления и возможность их определения при помощи анализа поразрядного потокового сложения. Сформулирована задача исследования для данной статьи. Описан класс АМ-систем счисления и их свойства. Приведены ограничения, налагаемые на параметры аддитивных соотношений. Проведен анализ организации переноса при сложении в АМ-системах счисления. Обоснована необходимость предложенных авторами ограничений аддитивных соотношений для организации поразрядной потоковой обработки. В конце статьи наведен список известных научных публикаций по данной теме.
Ключевые слова: поразрядная потоковая обработка, АМ-системы счисления, аддитивное соотношение, перенос.
Abstract. In introduction the using of order sequential pipeline processing in AM numerical systems and its advantages are described. The impotence of additive relationships limitations for this numerical systems and the possibility of his analysis are specified on. The task of researching in this article is formulated. The class of AM-numerical systems and its properties is described. The limitations, which imposed on additive relationships, are suggested. The analysis of carrying in adding organization for AM numerical systems is carried. The limitations of additive relationships, which suggested by authors for order sequential pipeline processing, are well founded. In end of article the all known scientific publications list for this problem is suggested.
Keywords: order sequential pipeline processing, AM numerical systems, additive relationship, carrying.

Вступ

Застосування порозрядної потокової обробки при побудові спеціалізованих цифрових пристроїв в інтегральному виконанні дозволяє зменшити кількість вентилів та кількість довгих інформаційних зв'язків в інтегральних мікросхемах, які є основною перешкодою у подальшому підвищенні ступеня інтеграції [1-4]. Для повнофункціональної організації такої обробки авторами запропоновано клас АМ-систем числення, що узагальнює відомі і дозволяє створювати нові системи числення з можливістю порозрядного виконання всіх арифметичних операцій в єдиному потоці [5]. Дана можливість з’являється завдяки обмеженню довжини перенесення у старші розряди, яке обумовлено наявністю у цих системах числення адитивних співвідношень певного виду з заданими обмеженнями.

Актуальність

Запропоновані авторами обмеження адитивних співвідношень є необхідною умовою виконання перенесення і запозичення при порозрядному потоковому додаванні і відніманні. Проте, наукові публікації з обгрунтування необхідності саме таких обмежень для коректного виконання перенесень і запозичень в АМ-системах числення відсутні. Основною операцією порозрядної потокової арифметики, на базі якої організовані інші операції, є додавання. Тому запропоновані обмеження адитивних співвідношень можуть бути проаналізовані при виконанні даної операції.

Мета

Метою статті є обгрунтування необхідності запропонованих авторами обмежень, що накладаються на адитивні співвідношення в АМ-системах числення, для організації перенесень при порозрядному потоковому додаванні.

Задача

Для досягнення вказаної мети аналізується організація перенесення при додаванні у довільно заданій АМ-системі числення за рахунок адитивних перетворень на деякому i-му кроці порозрядного потокового додавання.

Аналіз перенесення при додаванні в АМ-системах числення

АМ-системи числення – це вагомозначні надлишкові системи числення з природним порядком ваг [6], в яких між вагами розрядів наряду з мультиплікативним існує адитивне співвідношення певного виду із заданими обмеженнями. Будь-яка АМ-система числення може бути описана такою сукупністю параметрів:

$$\left\{\begin{array}{l} C_k = \{0,...,c_{k-1}\}; \\ w; \\ {}^{t}A^{\tau,p} : w^{\tau p+t} = R^{\tau,p} \end{array}\right\},$$

де $k \geq 2$ – значність системи числення; C_k – множина цифр; w – основа системи числення; ${}^{t}A^{\tau,p}$ – адитивне співвідношення (A-співвідношення) порядку (t, τ, p); t, τ, p – параметри адитивного співвідношення ($t>0, \tau>0, p \geq 0$ – цілі); $R^{\tau,p} = \sum_{i=0}^{p} r_i \cdot w^{\tau i}$ – граничне значення ($r \in C_k$).

Адитивне співвідношення задається параметрами p, t і τ, а також множиною цифр $r_{\tau p},...,r_0$. При цьому на параметри адитивного співвідношення накладаються такі обмеження:

$$\begin{cases} r_{\tau i} \geq r_{\tau(i-1)} > 0; \\ \tau_{\bmod t} = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Код $R^{\tau,p}$ має вигляд

$$r_{\tau p}\underbrace{0\cdots0}_{\tau}r_{\tau(p-1)}\cdots\underbrace{0\cdots0}_{\tau}r_{\tau}\underbrace{0\cdots0}_{\tau}r_0 .$$

Для подання адитивного співвідношення i-го розряду використовується вираз з параметром i:

$${}^{t}A_i^{\tau,p} : w^{i+t} = R_{i-\tau p}^{\tau,p} . \tag{2}$$

При цьому вважається, що

$$R_{i-\tau p}^{\tau,p} = w^{i-\tau p} \cdot R^{\tau,p} .$$

Наявність адитивних співвідношень в АМ-системах числення дозволяє виконувати операції адитивного перетворення (A-перетворення), що змінюють код числа при збереженні його числового еквівалента. Запропоновані A-перетворення полягають у додаванні деякої величини до однієї частин коду і відніманні такої самої величини від іншої його частини у випадку, якщо значення обох цих частин задовольняють певній умові. Операції збільшення однієї частини коду числа і зменшення іншої при незмінному значенні всього коду відомі під назвою перенесення і запозичення. Отже, адитивні перетворення здійснюють перенесення і запозичення при додаванні і відніманні в АМ-системах числення.

За напрямком перенесення адитивні перетворення поділяються на перетворення з перенесенням у старші розряди (AL-перетворення) і перетворення з перенесенням у молодші розряди (AR-перетворення) в залежності від того, над якою частиною коду виконується додавання. За умовами виконання адитивні перетворення поділяються на елементарні (E), універсальні (U) та повні (F). У даній статті використовуються елементарні адитивні перетворення з перенесенням у старші та в молодші розряди (*EAL*- та *EAR*-перетворення), що описуються такими виразами:

$$ {}^{t}EAL_{i}^{\tau,p}(X_0^{n-1}) = \begin{cases} X_0^{n-1} \text{при} (x_{i+t} = c_{k-1}) \vee \underset{0\le j\le p}{\exists} (x_{i-\tau(p-j)} < r_{\tau(p-j)}); \\ (X_{i+1}^{n-i-2} + w^{i+t}) + (X_0^{i} - R_{i-\tau p}^{\tau,p}) \text{при} \\ (x_{i+t} < c_{k-1}) \wedge \underset{0\le j\le p}{\forall} (x_{i-\tau(p-j)} \ge r_{\tau(p-j)}). \end{cases} \quad (3) $$

$$ {}^{t}EAR_{i}^{\tau,p}(X_0^{n-1}) = \begin{cases} X_0^{n-1} \text{при} (x_{i+t} = 0) \vee \underset{0\le j\le p}{\exists} (x_{i-\tau(p-j)} + r_{\tau(p-j)} > c_{k-1}); \\ (X_{i+1}^{n-i-2} - w^{i+t}) + (X_0^{i} + R_{i-\tau p}^{\tau,p}) \text{при} \\ (x_{i+t} > 0) \wedge \underset{0\le j\le p}{\forall} (x_{i-\tau(p-j)} + r_{\tau(p-j)} \le c_{k-1}). \end{cases} \quad (4) $$

Основними арифметичними операціями в АМ-системах числення є додавання і віднімання, особливості яких визначають властивості арифметики цих систем числення. Множення виконується на основі додавання і зсуву, а ділення – на основі віднімання і зсуву. Порозрядне віднімання в даних системах числення подібне до порозрядного додавання. Тому далі буде розглянуто лише порозрядне додавання. Порозрядне потокове додавання в АМ-системах числення виконується, починаючи зі старших розрядів. Для реалізації перенесень використовуються адитивні перетворення. Нехай потрібно знайти суму кодів чисел $X+Y=Z$. На кожному кроці порозрядного додавання визначається код Z_i таким чином, що на останньому кроці він дорівнює коду результату Z. На черговому i-у такті виконується додавання відповідних розрядів доданків і розряду попереднього проміжного результату

$$ z(i)_{n-i-1} = z(i-1)_{n-i-1} + x_{n-i-1} + y_{n-i-1}. $$

При цьому може виникнути переповнення, для ліквідації якого потрібно виконати *UAL*-перетворення. Дане перетворення полягає у виконанні послідовності *EAR*-перетворень доки не виповниться умова *EAL*-перетворення. Після цього виконується *EAL*-перетворення. Покажемо можливість такого перетворення для будь-якої АМ-системи числення завдяки властивостям її адитивного співвідношення.

Позначимо $j=n-i-1$. Представимо $z(i)_j$ у вигляді коду $Z1_0(i)$, як показано на рис.1:

$$ z(i)_j = Z1_0(i)_{j-\tau p}^{t+\tau p} = z(i)_j \cdot w^j + \sum_{k=j-\tau(p+1)}^{j+t} 0 \cdot w^k . $$

$$ \underbrace{\boxed{0}\boxed{\dots}\boxed{0}\boxed{z(i)_j}}_{t}\underbrace{\boxed{0}\boxed{\dots}\boxed{0}}_{\tau(p+1)} $$

Рисунок 1 – Зображення коду $Z1_0(i)$

Виконаємо $(j-t)$-те *EAR*-перетворення над кодом $Z1_0(i)$:

$$ Z1_1(i) = {}^{t}EAR_{j-t}^{\tau,p}(Z1_0(i)_{j-\tau(p+1)}^{\tau p}) . $$

Оскільки $z1_0(i)_j = z(i)_j > 0$ і $\underset{k=0}{\overset{p+1}{\forall}} (z1(i)_{j-\tau k} = 0)$, то умова, вказана у (4) для даного перетворення, виконується. З (2) і (4) слідує, що в результаті перетворення утворюється код $Z1_1(i)$, зображений на рис.2:

$$\underbrace{0\,\ldots\,0\;z(i)_j\text{-}1}_{t}\;\underbrace{\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_\tau}_{t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau(p-1)}}_{\tau}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau(p-2)}}_{\tau}\;\ldots\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_0}_{\tau}\;\underbrace{0\,\ldots\,0}_{\tau}}_{\tau(p+1)}$$

Рисунок 2 – Зображення коду $Z1_1(i)$

Далі виконаємо (j-2t)-те *EAR*-перетворення над кодом $Z1_1(i)$:

$$Z1_2(i)={}^{t}EAR_{j-2t}^{\tau,p}(Z1_1(i)_{j-\tau(p+1)}^{\tau p}).$$

Враховуючи (1), отримуємо $z1_0(i)_{j-t}=r_{\tau p}>0$ і $\underset{k=0}{\overset{p+1}{\forall}}(z1(i)_{j-t-\tau k}=0)$. Тому умова даного перетворення теж виконується. В результаті перетворення утворюється код $Z1_2(i)$, зображений на рис.3:

$$\underbrace{0\,\ldots\,0\;z(i)_j\text{-}1}_{t}\;\underbrace{\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau p}\text{-}1}_{t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau p}}_{t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau(p-1)}}_{\tau\text{-}t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_{\tau(p-1)}}_{t}\;\ldots\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_0}_{\tau\text{-}t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0\;r_0}_{t}\;\underbrace{0\,\ldots\,0}_{\tau\text{-}t}}_{\tau(p+1)}$$

Рисунок 3 – Зображення коду $Z1_2(i)$

Продовжимо послідовно виконувати *EAR*-перетворення:

$$Z1_3(i)={}^{t}EAR_{j-2t}^{\tau,p}(Z1_2(i)_{j-\tau p}^{\tau p}),$$

$$Z1_4(i)={}^{t}EAR_{j-3t}^{\tau,p}(Z1_3(i)_{j-\tau p}^{\tau p}),$$

...

$$Z1_{\tau/t-1}(i)={}^{t}EAR_{j-\tau+t}^{\tau,p}(Z1_{\tau/t-2}(i)_{j-\tau p}^{\tau p}),$$

$$Z1_{\tau/t}(i)={}^{t}EAR_{j-\tau}^{\tau,p}(Z1_{\tau/t-1}(i)_{j-\tau p}^{\tau p}).$$

Умови цих перетворень виконуються відповідно до (1) і (4). Після виконання τ/t *EAR*-перетворень утворюється код, зображений на рис. 4:

$$\underbrace{0\,\ldots\,0\;z(i)_j\text{-}1}_{t}\;\underbrace{\underbrace{\ldots\;r_{\tau p}}_{\tau}\;\underbrace{\ldots\;r_{\tau(p-1)}}_{\tau}\;\underbrace{\ldots\;r_{\tau(p-2)}}_{\tau}\;\underbrace{\ldots\;r_{\tau}}_{\tau}}_{\tau p}\;\ldots\;r_0$$

Рисунок 4 – Зображення коду $Z1_{\tau/t}(i)$

Даний код задовольняє умові j-го *EAL*-перетворення (3), оскільки $z(i)_j\text{-}1\geq r_{\tau p}$, $r_{\tau p}\geq r_{\tau(p-1)}$, ..., $r_\tau\geq r_0$.

Виконаємо j-е EAL-перетворення коду $Z1_{\tau/t}$:

$$Z1(i)_j = {}^tEAL_j^{\tau,p}(Z1_{\tau/t}(i)_{j-\tau p}^{\tau p}).$$

В результаті даного перетворення утворюється код Z1(i)j, зображений на рис.5, в якому виконано перенесення у старший (j+t)-й розряд:

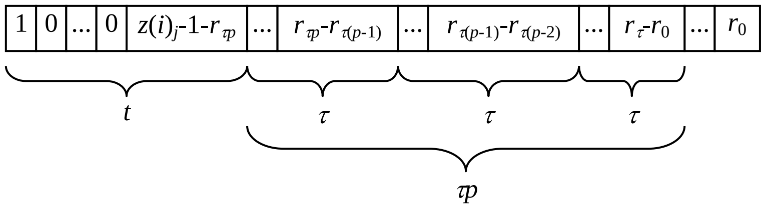

Рисунок 5 – Зображення коду $Z1_j(i)$

З даного рисунка видно, що обмеження (1) адитивного співвідношення в АМ-системі числення дають можливість в результаті виконання послідовності адитивних перетворень отримати код, який містить зменшене на одиницю значення в j-у розряді і коректне кодове представлення в інших розрядах. Цю послідовність перетворень можна описати одним виразом:

$$Z1(i)_j = {}^tEAL_j^{\tau,p}({}^tEAR_{j-\tau}^{\tau,p}({}^tEAR_{j-\tau+t}^{\tau,p}(...{}^tEAR_{j-3t}^{\tau,p}({}^tEAR_{j-2t}^{\tau,p}({}^tEAR_{j-t}^{\tau,p}(z(i)_j \cdot w^j)))))).$$

Якщо зменшення $z(i)_j$ на одиницю не призводить до ліквідації переповнення, то дана послідовність перетворень повторюється до тих пір, доки переповнення не буде ліквідовано.

Висновок

Проведений аналіз організації перенесення за рахунок адитивних перетворень при порозрядному потоковому додаванні в АМ-системах числення дозволив обгрунтувати необхідність запропонованих авторами обмежень, що накладаються на адитивні співвідношення цих систем числення.

Список літератури

1. SoC interconnect crisis: Path delays cancel speed increase [Електронний ресурс] / Chappell Brown, // EE Times. – Jun. 2003. – Режим доступу до мат. : http://www.eetimes.com/story/OEG20030620S0028.

2. Яковлев Ю. С. Однокристальные компьютерные системы высокой производительности. Особенности архитектурно-структурной организации и внутренних процессов : монография / Яковлев Ю. С. – Винница : ВНТУ, 2009. – 294 с.

3. Wilson R. Industry takes aim at 22nm interconnect stack [Електронний ресурс] / R.Wilson // EDN network: electronics news – Режим доступу до мат. : http://www.edn.com/electronics-news/4314122/Industry-takes-aim-at-22-nm-interconnect-stack.

4. Rettberg A. A Fully Self-Timed Bit-Serial Pipeline Architecture for Embedded Systems [Електронний ресурс] / A. Rettberg, M. Zanella, C. Bobda, T. Lehmann // – 2003. – Режим доступу до мат. :

5. Азаров О. Д. Повнофункціональна побітова потокова арифметика зі зменшеними витратами обладнання. : монографія / О. Д. Азаров, О. І. Черняк. – Вінниця : ВНТУ, 2013. 200с.

6. Корнійчук В. І. Основи комп’ютерної арифметики. / В. І. Корнійчук, В. П. Тарасенко, О. В. Тарасенко-Клятченко. – К. : Корнейчук, 2006. – 164 с.

Відомості про авторів

Азаров Олексій Дмитрович, д.т.н., професор, директор інституту інформаційних технологій та комп’ютерної інженерії, завідувач кафедри обчислювальної техніки Вінницького національного технічного університету; роб. т.: (0432) 43-90-02.

Черняк Олександр Іванович, к. т. н., доцент кафедри обчислювальної техніки Вінницького національного технічного університету; роб. т. (0432) 43-90-02.