

УДК 004.925.6

С. В. ПАВЛОВ, С. О. РОМАНЮК, О. Н. РОМАНЮК, О. В. МЕЛЬНИК

Вінницький національний технічний університет

**МОДЕЛЬ ДЛЯ ВІДТВОРЕННЯ СПЕКУЛЯРНОЇ СКЛАДОВОЇ КОЛЬОРУ В ЗАСОБАХ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ**

**Анотація:** У роботі запропоновано нову модель для відтворення спекулярної складової кольору на основі двонаправленої дистрибутивної функції. При цьому використовується косинус-степеневу функція, яку знаходять на основі нормалізованих векторів до джерела світла, спостерігача та нормалі до поверхні. Модель при формуванні відблисків на поверхні графічного об'єкту забезпечує високу точністю відтворення як епіцентру відблиску, так і його блюмінгу. Функція має значно меншу степінь порівняно з моделями Фонга та Бліна. Розроблена функція не містить трудомістких операцій ділення та має просту апаратну реалізацію. Результати роботи можуть бути використані у високопродуктивних системах формування реалістичних графічних зображень.

**Ключові слова:** рендеринг, спекуляра складова кольору, дистрибутивна функція відбивної здатності.

**Анотация:** В работе предложена новая модель для воспроизведения спекулярной составляющей цвета на основе двонаправленной дистрибутивной функции. При этом используется косинус-степенная функция, которую находят на основе нормализованных векторов к источнику света, наблюдателя и нормали к поверхности. Модель при формировании бликов на поверхности графического объекта обеспечивает высокую точностью воспроизведения как эпицентра блика, так и его блюминга.

Функция имеет значительно меньшую степень по сравнению с моделями Фонга и Блинна. Разработана функция не содержит трудоемких операций деления и имеет простую аппаратную реализацию. Результаты работы могут быть использованы в высокопроизводительных системах формирования реалистичных графических изображений.

**Ключевые слова:** рендеринг, спекулярная составляющая цвета, дистрибутивная функция отражательной способности.

**Abstract:** The paper presents a new model for playing specular color component based on bidirectional distributive functions. This uses kosynus- power function, which are based on normalized vector to the light source, observer and normal to the surface.

The model in the formation of glare on the surface graphics delivers high fidelity as the epicenter of the flare and its blooming.

The function has a much smaller degree compared with models Phong and Blinn.

Developed function does not include labor-intensive operations division and has a simple hardware implementation. The results can be used in high-performance systems forming realistic graphics.

**Keywords:** rendering, Specular reflection, Bidirectional Reflectance Distributive Function.

**Актуальність**

Ефективне використання комп'ютерних систем і мереж у значній мірі залежить від того, наскільки якісно система підтримує зворотній зв'язок з користувачем. В останній час такий зв'язок підтримується за допомогою графічного інтерфейсу, одним з основних засобів реалізації якого є графічне ядро системи, яке відповідає за формування зображень.

Найбільш реалістичним є тривимірні зображення [1-4], які відтворюють найвагоміші аспекти процесу або явища, передають конструктивні, візуальні та образотворчі особливості об'єктів.

При формуванні таких зображень у графічних системах необхідно відображати сцени з великою деталізацією, використовувати складні моделі освітлення та зафарбовування, а також усувати спотворення, що виникають із-за дискретної природи пристроїв виведення зображень. У зв'язку з цим візуалізація реалістичних графічних сцен є надзвичайно трудомісткою. Це гостро ставить питання про підвищення продуктивності графічних систем, особливо при формуванні динамічних зображень у реальному часі та в інтерактивному режимі.

**Мета статті**

Метою статті є розробка моделі для високопродуктивного відтворення спекулярної складової кольору в засобах комп'ютерної графіки.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій**

За оптичні властивості поверхні відповідає двоприменеву дистрибутивну функцію відбивної здатності ДФВЗ (BRDF – Bidirectional Reflectance Distributive Function) [1-4]. Вона є моделлю освітлення та визначає, яку частку випромінювання, що надійшло в точку з напрямку  $\vec{L}$ , буде відбито в напрямку  $\vec{V}$  (рис. 1). ДФВЗ є функцією кількох змінних (рис. 1)

$$BRDF = f_{\lambda}(\alpha, \mu_1, \varphi, \mu_2, x) = f(\vec{L}, \vec{V}, \vec{N}),$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі,  $(\alpha, \mu_1)$ ,  $(\varphi, \mu_2)$  – параметри, що визначають відповідно напрямком падаючого світла і напрямком спостереження.

У комп'ютерній графіці найчастіше використовують модель визначення спекулярної складової кольору Б. Фонга [1-4], що має вигляд

$$I_s = I \cdot \varpi(\varphi, \lambda) \cdot \cos^n \psi,$$

де  $\varpi(\varphi, \lambda)$  - крива відбиття, що визначає відношення дзеркально відбитого світла до падаючого як функцію кута падіння  $\theta$  і довжини хвилі  $\lambda$ ,  $n$  – коефіцієнт спекулярності поверхні.

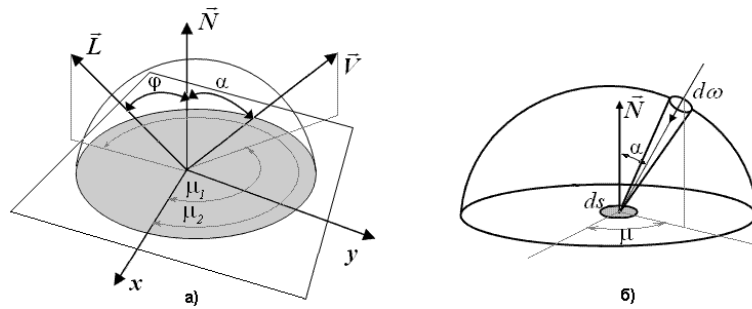


Рисунок 1 – Вихідні дані для розрахунку ДФВЗ

Функція  $\varpi(\varphi, \lambda)$  складна, тому її у більшості випадків заміняють константою  $k_s$ , яку визначають експериментально або вибирають з естетичних міркувань. У ДФВЗ Фонга [2, 4]  $\cos \psi = \vec{V} \cdot \vec{R}$ , де  $\vec{R} = 2 \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N} - \vec{L}$ . Вектор  $\vec{R}$  (рис. 2) називають вектором дзеркального відбиття [2]. У дистрибутивній функції Бліна [227], яка історично з’явилася пізніше ДФВЗ Фонга, замість  $\cos \psi$  використовують  $\cos \gamma = \vec{N} \cdot \vec{H}$ , де  $\vec{H} = (\vec{L} + \vec{V}) / |\vec{L} + \vec{V}|$ .

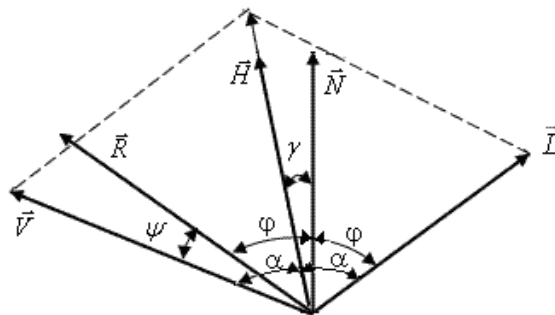


Рисунок 2 – Вектори нормалей до точки поверхні

У сучасних засобах тривимірної графіки широкого поширення отримала дистрибутивна функція Шліка [3, 4], яка має такий вигляд:  $\cos \gamma / (n - n \cos \gamma + \cos \gamma)$ . Ця ДФВЗ має значно меншу обчислювальну складність порівняно з функціями Фонга та Бліна. На жаль, наявність операції ділення значно ускладнює апаратну реалізацію функції. Аналіз показав [1], що дистрибутивна функція Шліка відтворює епіцентр відблиску з максимальною відносною похибкою, що не перевищує 10%. За цією областю спостерігається суттєве розходження з результатами, отриманими за моделлю освітлення Бліна. Недоліком [1] ДФВЗ Шліка є те, що дистрибутивна функція в зоні формування блюмінга падає до нульового рівня надзвичайно повільно, що обумовлює неприродне освітлення графічного об’єкта та додаткові обчислення за рахунок збільшення інтервалу зміни аргументу.

$$\frac{n \cdot (\angle(\vec{H}, \vec{L}))^2}{2}$$

ДФВЗ Гауса [3, 4] виду  $e^{-\frac{n \cdot (\angle(\vec{H}, \vec{L}))^2}{2}}$  є достатньо точною, реалістично відтворює як зону епіцентра відблиску, так і його затухання (блюмінгу), однак не отримала широкого поширення, оскільки передбачає використання обернених функцій для обчислення кута між векторами нормалей.

Серед розглянутих ДФВЗ найбільшого поширення отримали моделі освітлення Фонга та Бліна. Це пояснюється їх простотою, достатньо високою точністю та використанням в якості аргументу – косинуса кута між векторами, який легко знайти через їх скалярний добуток. Саме ці моделі доцільно використовувати в системах динамічної графіки. Фізично точні моделі, які враховують фасетну структуру поверхні та хвильову теорію світла [4], доцільно використовувати при жорстких вимогах до реалістичності, оскільки їх розрахунок вимагає великих затрат часу.

На жаль, моделі Фонга та Бліна мають високу степінь, модель Шліка – невисоку точність. Цим прояснюється необхідність розробки нової ДФВЗ.

### Модель для відтворення спекулярної складової кольору

Розглянемо апроксимацію дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  функцією  $W(n, \gamma) = (\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^m$  за умови, що  $0 \leq \gamma \leq \pi/2$ . Вибір такої функції обумовлено тим, що:

- а) для обох функцій як твірна використовується функція косинуса;
- б) при  $\gamma = 0$   $\cos^n \gamma = (\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^m = 1$ , що відповідає граничній умові;
- г) обидві функції при  $0 \leq \gamma \leq \pi/2$  і  $m = 2k$ , де  $k \in N$  є додатними;
- д) функція  $(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^m$  досягає нульового значення, що є передумовою формування блюмінга;
- г) коефіцієнт  $\zeta$  дає можливість зміни розміру відблиску.

Для визначення невідомого множника  $\zeta$  у виразі  $(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^m$  розкладемо функцію  $\cos^n \gamma$  у ряд Тейлора і обмежимося двома членами

$$\cos^n \gamma \approx 1 - n \cdot \gamma^2 / 2.$$

Розклад  $W(n, \gamma)$  у ряд Тейлора з двома членами має такий вигляд :

$$(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^m \approx 1 - \zeta \cdot m \cdot x^2.$$

Знайдемо  $\zeta$ . Для цього прирівняємо праві частини отриманих виразів. Знаходимо, що  $\zeta = \frac{n}{m}$ .

Розглянемо випадок для  $m = 2$ , тоді апроксимаційна функція матиме вигляд:

$$\cos^n \gamma \approx \left( \frac{n}{2} (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^2.$$

Дослідимо отриману ДФВЗ.

Проведено порівняно з функцією Шліка, яка отримала широке поширення у засобах комп'ютерної графіки. Графіки функцій  $\cos^n \gamma$ ,  $\left( \frac{n}{2} (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^2$  і функції Шліка для  $n = 100$  наведено на рис.3. Із графіка видно, що запропонована ДФВЗ достатньо точно відтворює епіцентр відблиску (від максимального значення до точки перегину), після точки перегину монотонно падає до нульового рівня. Це відповідає стратегії формування спекулярної складової кольору. На рис. 3 наведено графіки зміни максимальних відносних похибок апроксимації функції  $\cos^n \gamma$  функцією  $W(n, \gamma)$  для епіцентру відблиску. Із графіків видно, що порівняно з ДФВЗ Шліка досягнуто підвищення точності відтворення епіцентру відблиску.

Функція  $W(n, \gamma)$  приймає нульове значення при  $\cos(\gamma) = (n-2)/n$ . Так як функція  $W(n, \gamma)$  є квадратом дійсного числа, то її значення завжди не менше 0.

Знайдемо похідну від функції  $W(\gamma, n)$  і прирівняємо її до нуля.

$$W'_x(n, \gamma) = - \left( \frac{n}{2} (\cos \gamma - 1) + 1 \right) \cdot n \cdot \sin \gamma = 0.$$

Знайдемо вирази для визначення екстремумів ДФВЗ.

З останнього виразу знаходимо, що  $\cos(\gamma) = (n-2)/n$ . Аналіз знаків  $W(n, \gamma)$  зліва та справа від цієї точки показує, що ДФВЗ досягає мінімального значення в точці  $\gamma = \arccos \frac{n-2}{n}$ .

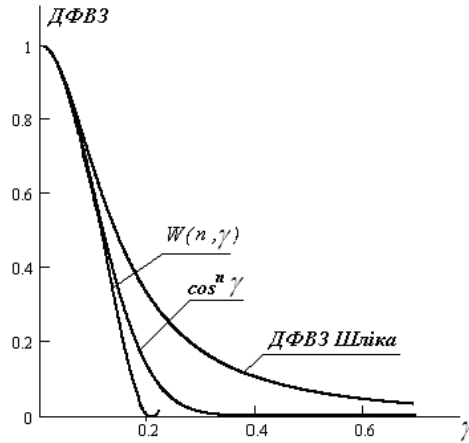


Рисунок 3 – Графіки дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхні

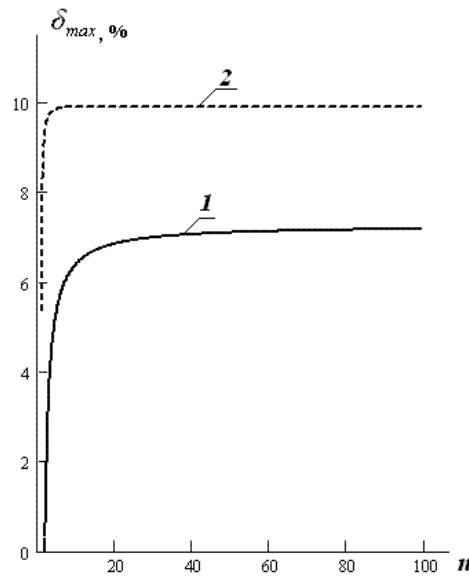


Рисунок. 4 – Графіки максимальних відносних похибок для епіцентру відблиску при апроксимації ДФВЗ:

1– функцією  $W(n, \gamma)$ ; 2– функцією Шліка  $n \cdot \sin x = 0, \frac{n}{2} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 = 0$ .

Покажемо, що функція  $W(n, \gamma)$  на проміжку  $0, \arccos((n-2)/n)$  монотонно спадає. Похідна від функції  $W(n, \gamma)$  за  $x$  дорівнює

$$-\left(\frac{n}{2}(\cos \gamma - 1) + 1\right) \cdot n \cdot \sin \gamma.$$

На проміжку від  $0$  до  $\pi$  добуток  $n \cdot \sin \gamma$  додатний, а тому не впливає на знак наведеного виразу. Нерівність  $-\left(\frac{n}{2}(\cos \gamma - 1) + 1\right) \leq 0$  має місце для всіх  $0 \leq \gamma \leq \arccos \frac{n-2}{n}$ . Це відповідає проміжку зміни ДФВЗ від 1 до мінімального (нульового) значення.

Достатньою умовою спадання функції є від’ємність її похідної всередині інтервалу, що й було доведено.

Дослідимо, як впливає на точність апроксимації підвищення степені  $m$ . Розглянемо три відповідних апроксимаційних функції для випадків  $m = 4, m = 8$  і  $m = 16$ :

$$W_1(n, \gamma) = \left(\zeta_1 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1\right)^4,$$

$$W_2(n, \gamma) = \left(\zeta_2 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1\right)^8,$$

$$W_3(n, \gamma) = (\zeta_3 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^{16}.$$

Оскільки  $\zeta = \frac{n}{m}$ , то

$$\zeta_1 = \frac{n}{4}, \zeta_2 = \frac{n}{8}, \zeta_3 = \frac{n}{16}.$$

Слід зазначити, що значення коефіцієнтів  $\zeta_1, \zeta_2$  і  $\zeta_3$  легко отримати монтажним зсувом, що спрощує апаратну реалізацію.

Враховуючи значення  $\zeta_1, \zeta_2$  і  $\zeta_3$ , знаходимо апроксимаційні функції  $W_1(n, \gamma)$ ,  $W_2(n, \gamma)$  і  $W_3(n, \gamma)$ :

$$W_1(n, \gamma) = \left( \frac{n}{4} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^4, \quad W_2(n, \gamma) = \left( \frac{n}{8} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^8,$$

$$W_3(n, \gamma) = \left( \frac{n}{16} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^{16}.$$

На рис. 3-5 зображено графіки дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  і відповідних апроксимаційних функцій  $W_1(n, \gamma)$ ,  $W_2(n, \gamma)$  і  $W_3(n, \gamma)$  для  $n = 35$ .

Із графіків видно, що зі зростанням степені  $m$  апроксимаційної функції точність наближення до ДФВЗ  $\cos^n \gamma$  зростає. Знайдемо для кожної апроксимаційної функції максимальну відносну похибку на проміжку  $n \in [1, 1000]$ . Результати такого дослідження наведено на рис. 5-7.

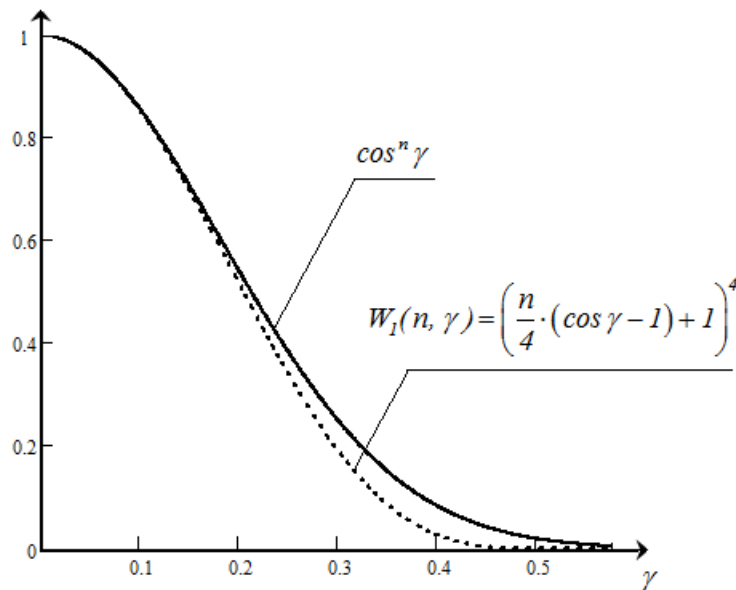


Рисунок 5 – Графік апроксимації дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  функцією  $W_1(n, \gamma)$

Із графіків видно, що зі зростанням степені  $m$  апроксимаційної функції точність наближення дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  зростає. Знайдемо для кожної апроксимаційної функції максимальну відносну похибку на проміжку  $n \in [1, 250]$  до рівня точки перегину. Результати такого дослідження наведено на рис. 8.

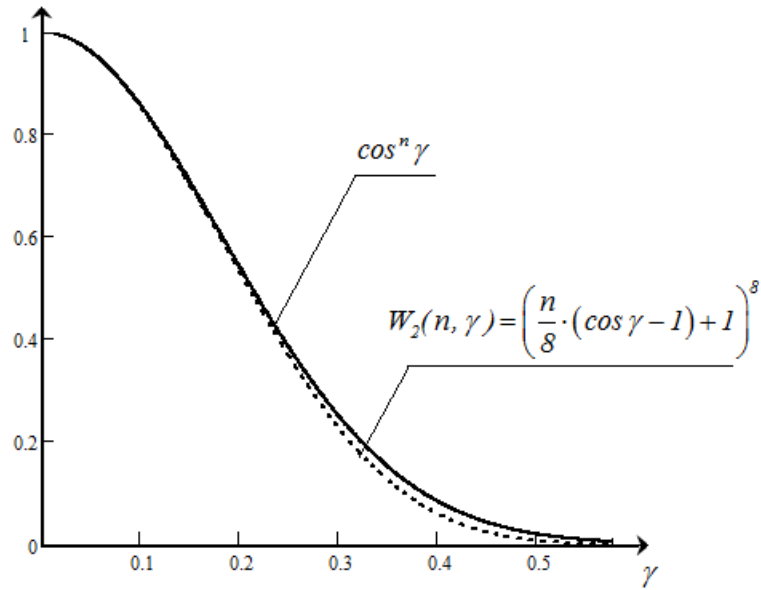


Рисунок 6 – Графік апроксимації дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  функцією  $W_2(n, \gamma)$

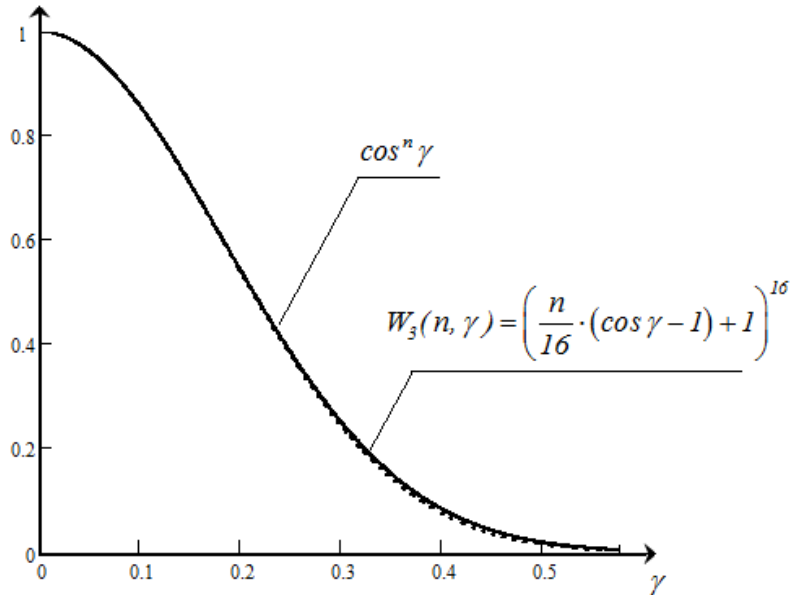


Рисунок 7 – Графік апроксимації дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  функцією  $W_3(n, \gamma)$

Проведене дослідження показало, що максимальна відносна похибка апроксимації дистрибутивної функції  $\cos^n \gamma$  вище рівня точки перегину на проміжку  $n \in [1, 250]$  не перевищує: 8% – для функції  $W_1(n, \gamma)$ , 3,8% – для функції  $W_2(n, \gamma)$  і 1% – для функції  $W_3(n, \gamma)$ .

Дослідження показали, що функція  $W_3(n, \gamma)$  забезпечує досить точну апроксимацію і для зони затухання відблиску – блюмінгу. Максимальні відносні похибки  $\mathcal{E}$  для апроксимаційних функцій  $W_1(n, \gamma)$ ,  $W_2(n, \gamma)$  і  $W_3(n, \gamma)$  на різних проміжках зведено в таблиці 1. Для порівняння, в таблиці 1 наведено і відповідні максимальні відносні похибки для функції Шліка.

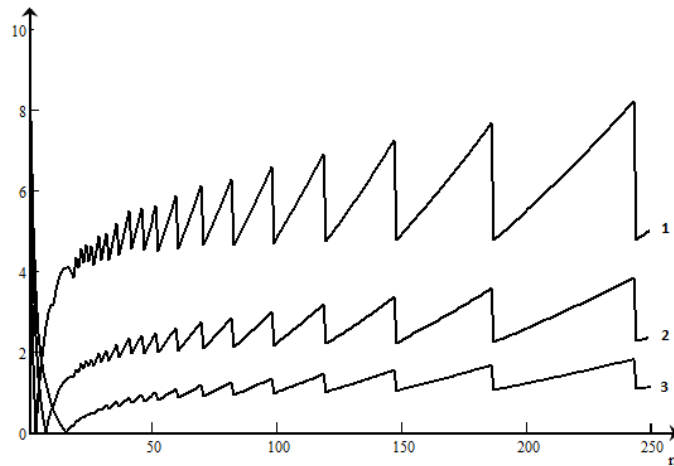


Рисунок 8 – Графіки максимальної відносної похибки апроксимації дистрибутивної функції  $\text{COS}^n \gamma$  функціями: 1 -  $W_1(n, \gamma)$ , 2 -  $W_2(n, \gamma)$  і 3 -  $W_3(n, \gamma)$ .

Таблиця 1 – Зведена таблиця максимальних відносних похибок апроксимації

Функція	$\mathcal{E}$ , % до точки перегину	$\mathcal{E}$ , % у зоні блюмінгу
$W_1(n, \gamma)$	8,0	35,2
$W_2(n, \gamma)$	3,8	16,2
$W_3(n, \gamma)$	1,0	7,6
Шліка	22,4	98,2

На рис. 9 зображено графіки максимальних відносних похибок апроксимаційних функцій  $W_1(n, \gamma)$ ,  $W_2(n, \gamma)$  і  $W_3(n, \gamma)$  для зони блюмінгу.

Проаналізувавши графіки, зведену таблицю максимальних відносних похибок можна зробити висновок, що найкращий результат забезпечує функція  $W_3(n, \gamma)$ .

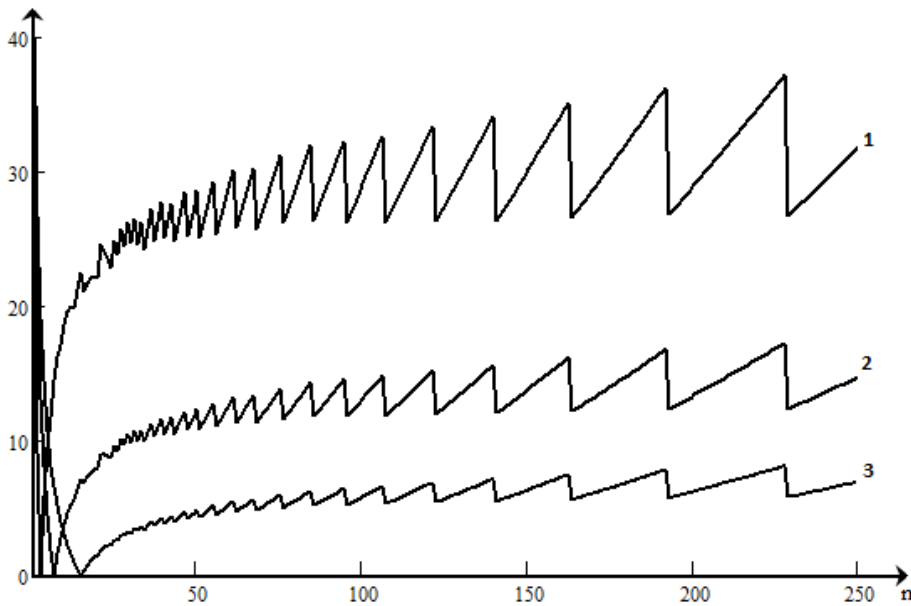


Рисунок 9 – Графіки максимальної відносної похибки апроксимації дистрибутивної функції  $\text{COS}^n \gamma$  функціями: 1 -  $W_1(n, \gamma)$ , 2 -  $W_2(n, \gamma)$  і 3 -  $W_3(n, \gamma)$  для зони затухання.

Для функції  $W_3(n, \gamma)$  в точці перегину  $\cos^n \gamma$  відносна похибка апроксимації не перевищує 1% у той час, як для ДФВЗ Шліка це значення складає більше 22 %.

Для розрахунку ДФВЗ Шліка необхідно виконати операцію множення, ділення, віднімання та декрементування. При використанні запропонованої функції трудомістку операцію ділення взагалі виключено з обчислювального процесу. Необхідно виконати тільки чотири операції множення, операцію зсуву, інкрементування та декрементування. Три останні мікрооперації легко виконати апаратно, причому зсув можна реалізувати монтажним шляхом. При програмній реалізації час визначення ДФВЗ  $W(n, \gamma)$  в 2,3 раза менший.

Звідси можна зробити висновок про значно меншу обчислювальну складність розрахунку функції  $W_3(n, \gamma)$  порівняно із ДФВЗ Шліка.

Склад і кількість операцій для обчислення функції  $W_3(n, \gamma)$  дозволяють її легко реалізувати апаратно, у той час, як наявність операції ділення для обчислення функції Шліка ускладнює її апаратну реалізацію.

Зауважимо, що усі три запропоновані функції забезпечують кращу апроксимацію, ніж функція Шліка.

### Висновки

Запропоновано нові апроксимаційні функції, які, порівняно із поширеною функцією Шліка, мають значно вищу точність апроксимації. Досягнуто підвищення точності апроксимації більш ніж у 22 рази для проміжку до точки перегину та більш ніж у 14 разів для зони затухання у порівнянні із функцією Шліка. Розроблена функція має просту апаратну реалізацію та не містить трудомістких операцій ділення, які були характерні для функції Шліка.

### Список літератури

1. Robertson Scott. How to Render: the fundamentals of light, shadow and reflectivity/ Scott Robertson, Thomas Bertling. Paperback – November, 2014. — 267 p.
2. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс : Пер. с англ. — М. : Мир, 2001. — 604 с.
3. Романюк О. Н. Дослідження дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхонь / О. Н. Романюк // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. — 2007. — № 1(13). — С. 45—49.
4. Романюк О. Н. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів. Монографія. / О. Н. Романюк, А. В. Чорний. - Вінниця : УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. — 190 с.

### Відомості про авторів

**Павлов Сергій Володимирович** – д.т.н., професор, проректор з наукової роботи, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця;

**Романюк Сергій Олександрович** – аспірант, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця;

**Романюк Олександр Никифорович** – д.т.н., професор, перший проректор з навчально-методичної роботи, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця;

**Мельник Олександр Володимирович** – аспірант, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця;