

УДК 681.5.015:007

Г. Б. РАКИТЯНСЬКА

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

ІЄРАРХІЧНА НЕЙРО-НЕЧІТКА МОДЕЛЬ ОБЕРНЕНОГО ВИВЕДЕННЯ ДЛЯ НАЛАШТУВАННЯ СТРУКТУРИ КЛАСИФІКАЦІЙНИХ ПРАВИЛ

Анотація. Отримав подальший розвиток адаптивний підхід до налаштування структури класифікаційних нечітких баз знань на основі трендових відношень або правил і оберненого логічного виведення. Взаємозв'язок «причини – наслідки» моделюється на основі рівнянь нечітких відношень з ієрархічною *max-min/min-max* композицією. Запропоновано ієрархічну нейро-нечітку модель оберненого виведення на основі трендових правил, яка дозволяє спростити процес навчання порівняно із розширеною нейро-нечіткою мережею на основі трендових відношень. Розв'язання задачі оберненого виведення здійснюється за допомогою рекурентних співвідношень, які відповідають налаштуванню координат максимуму функцій належності вхідних термів та мір значимостей комбінацій причин у експертних розв'язках трендової системи рівнянь.

Ключові слова: обернене логічне виведення, розв'язання нечітких логічних рівнянь, налаштування класифікаційних нечітких баз знань

Анотация. Получил дальнейшее развитие адаптивный подход к настройке структуры классификационных нечетких баз знаний на основе трендовых отношений или правил и обратного логического вывода. Взаимосвязь «причины – следствия» моделируется на основе уравнений нечетких отношений с иерархической *max-min/min-max* композицией. Предложена иерархическая нейро-нечеткая модель обратного вывода на основе трендовых правил, которая позволяет упростить процесс обучения по сравнению с расширенной нейро-нечеткой сетью на основе трендовых отношений. Решение задачи обратного вывода осуществляется с помощью рекуррентных соотношений, которые соответствуют настройке координат максимума функций принадлежности входных термов и мер значимостей комбинаций причин в экспертных решениях трендовой системы уравнений.

Ключевые слова: обратный логический вывод, решение нечетких логических уравнений, настройка классификационных нечетких баз знаний

Abstract. An adaptive approach to structural tuning of fuzzy classification knowledge bases built on trend relations or rules and inverse logic inference is developed. Causes – effects interconnection is modelled using fuzzy relational equations with the hierarchical *max-min/min-max* composition. The hierarchical neuro-fuzzy model of inverse inference based on trend rules is proposed. The network allows simplifying the training process in comparison with the extended neuro-fuzzy network based on trend relations. Resolution of the problem of inverse inference is done using recurrent correlations, which correspond to adjustment of the coordinates of maximum of input terms membership functions and causes combinations significance measures for the expert solutions of the trend system of equations.

Key words: inverse logic inference, solving fuzzy logic equations, tuning of fuzzy classification knowledge bases

Вступ

Побудова класифікаційної нечіткої бази знань полягає у виборі кількості термів входу, класів виходу, правил або відношень та форм функцій належності [1, 2]. Якість нечіткої моделі визначається точністю виведення та кількістю правил або класів виходу у базі знань. Використання експертних правил не може гарантувати, що структура нечіткої моделі є оптимальною. Зокрема, поліпшення нечіткої бази знань потребує додавання класів виходу. Налаштування структури нечітких баз знань полягає у генеруванні правил-кандидатів з подальшою селекцією правил [3]. Через відсутність ефективних методів селекції на сьогодні немає єдиного методичного стандарту налаштування структури нечітких баз правил.

Актуальність

Якщо кількість вхідних термів є відомою, то для налаштування структури нечіткої бази правил використовують реляційні нейро-нечіткі мережі [4]. До навчання така мережа містить всі можливі правила для заданих класів виходу. Оптимізація структури мережі потребує відсікання надлишкових правил без втрати точності виведення [4]. Якщо кількість вхідних термів є невідомою, то правила налаштовуються за допомогою *min-max* нейронних мереж [5] або нечітких машин опорних векторів (SVM) [6]. Такі мережі генерують інтервальні правила (гіпербокси) для заданих класів виходу. Розпізнавальна здатність мережі забезпечується шляхом нарощування кількості гіпербоксів. Оптимізація структури мережі потребує видалення надлишкових правил шляхом об'єднання гіпербоксів [5].

Задача налаштування нечіткої бази знань відрізняється обчислювальною складністю через зростання кількості правил. Грунтуючись на теорії рівнянь нечітких відношень [7], у роботах [8 – 10] запропоновано підхід до налаштування структури класифікаційних правил, який дозволяє уникнути селекції і спростити процес проектування нечіткої бази знань. Причини і наслідки з'єднуються трендовими відношеннями або правилами. Нечітким відношенням відповідає система рівнянь з розширеною *max-min* композицією, а нечітким правилам – з ієрархічною *max-min/min-max* композицією. Міри значимостей причин з'єднуються сполученими правилами, які будуються за допомогою нечітких квантифікаторів і представляють множину розв'язків трендової системи рівнянь для заданих класів виходу [8, 9]. Застосування генетичного алгоритму для розв'язання трендових рівнянь з розширеною та ієрархічною композицією показано у роботах [8, 9]. Адаптивний підхід до налаштування структури бази знань на основі трендових відношень запропоновано у роботі [10]. Суть підходу полягає у побудові та навчанні нейро-нечіткої мережі оберненого виведення, ізоморфної трендовій системі рівнянь з розширеною композицією.

Мета

Метою даної роботи є розвинути нейро-мережевий підхід [10] до налаштування структури класифікаційних нечітких баз знань на основі трендових правил, що дозволить перейти від розширеної до ієрархічної нейро-нечіткої мережі оберненого виведення і спростити процес навчання.

Задача оберненого виведення

Розглядається об’єкт виду $y = f(x_1, \dots, x_n)$, для якого взаємозв’язок «причини – наслідки» будемо задавати системою трендових нечітких правил [9]:

$$\bigcup_{L=1, K} [\bigcap_{i=1, n} (x_i = T_L^i)] \rightarrow y = E_J, J = \overline{1, M}, \quad (1)$$

де $T_L^i \in \{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$ – нечіткий терм причини, який описує змінну x_i у правилі L , $L = \overline{1, K}$, $i = \overline{1, n}$; E_J – нечіткий терм наслідку, який описує змінну y ; K – число трендових правил.

Для заданих класів виходу необхідно побудувати систему сполучених нечітких правил [1, 9]:

$$\bigcup_{p=1, z_j} [\bigcap_{i=1, n} \{ \mu^{A_i^{jp}}(x_i) = \alpha_i^{jp} \}] \rightarrow y = d_j, j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

де A_i^{jp} – нечіткий терм причини, який оцінює змінну x_i в правилі з номером jp ; α_i^{jp} – нечіткий квантифікатор, який описує міру значимості $\mu^{A_i^{jp}}$ в правилі jp ; z_j – кількість правил у класі d_j .

Нечіткій базі знань (1) відповідає трендова система рівнянь нечітких відношень з ієрархічною *max-min* / *min-max* композицією [2, 9]:

$$\mu^{E_J} = \max_{L=1, K} (\min(\mu^{H_L}, r_{LJ})), J = \overline{1, M}, \quad (3)$$

$$\mu^{H_L} = \min_{I=1, N} (\max(\mu^{C_I}(\beta_I), \bar{v}_{IL})), L = \overline{1, K}. \quad (4)$$

Тут μ^{E_J} – міри значимості наслідків; μ^{H_L} – міри значимості комбінацій причин; r_{LJ} – ваги трендових правил; μ^{C_I} – міри значимості причин; v_{IL} – ваги термів; β_I – значення вхідних змінних, які інтерпретуються як координати максимуму функцій належності нечітких термів у правилах-розв’язках (2).

Тоді задача оберненого виведення формулюється так: для заданих класів виходу $y = d_j$, $j = \overline{1, m}$, знайти кількість розв’язків z_j і відновити форми функцій належності сполучених термів $(A_i^{jp}, \alpha_i^{jp})$ у кожному розв’язку трендової системи рівнянь (3), (4). Задачу оптимізації для налаштування структури класифікаційних правил на основі оберненого виведення сформульовано у [9].

Ієрархічна нейро-нечітка мережа оберненого виведення

Нейро-нечітку мережу, ізоморфну ієрархічній системі рівнянь (3), (4), представлено на рис. 1. На відміну від розширеної *max-min* мережі [10], ієрархічна мережа містить проміжний шар для мір значимостей трендових комбінацій H_L . Для налаштування ваг трендових правил використовується спрощена *max-min* мережа [2]. Для налаштування β -параметрів правил використовується спрощена *min-max* мережа, де відновленню підлягають значення вхідних змінних у функціях належності нечітких причин [10].

Мережу на рис. 1,а побудовано так, що параметрами, які підлягають навчанню, є шукані β -параметри правил. Входами мережі є координати максимуму функцій належності нечітких причин $\beta^{c_{il}}$. Із системи рівнянь (4) випливає, що за умови $\mu^{c_{il}}(x_i = \beta^{c_{il}})$ міри значимості комбінацій причин μ^{H_L} є максимальними. На виходах мережі формуються фактичні міри значимості $\mu^{H_L}(d_j)$, отримані з

урахуванням реальних мір значимості причин $\mu^{c_{il}} (x_i = \beta_{il}^j)$ для значень β -параметрів правил у класі d_j .

Мережу на рис. 1,б побудовано так, що вагами дуг, які підлягають навчанню, є шукані міри значимості комбінацій причин μ^{H_L} . Входами мережі є елементи матриці відношень r_{LJ} . Нечіткі відношення представляють експертні розв'язки системи рівнянь (3), для яких міри значимості наслідків μ^{E_j} є максимальними. На виходах мережі об'єднуються фактичні міри значимості $\mu^{E_j} (d_j)$, отримані з урахуванням реальних значень ваг μ^{H_L} у класі d_j .

Таким чином, задача розв'язання системи рівнянь (3) зводиться до навчання нейро-нечіткої мережі на рис. 1,б по точках $(r_{1J}, \dots, r_{KJ}, \mu^{E_j} (d_j))$, $J = \overline{1, M}$, а задача розв'язання системи рівнянь (4) зводиться до навчання нейро-нечіткої мережі на рис. 1,а по точках $(\beta^{C_1}, \dots, \beta^{C_N}, \mu^{H_L} (d_j))$, $L = \overline{1, K}$.

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\mu_j^{H_L} (t+1) = \mu_j^{H_L} (t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t^E}{\partial \mu_j^{H_L} (t)}, \quad (5)$$

$$\beta_I^j (t+1) = \beta_I^j (t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t^H}{\partial \beta_I^j (t)}, \quad (6)$$

які мінімізують критерії

$$\varepsilon_t^E = \frac{1}{2} (\mu_j^E (t) - \hat{\mu}_j^E (t))^2,$$

$$\varepsilon_t^H = \frac{1}{2} (\mu_j^H (t) - \hat{\mu}_j^H (t))^2,$$

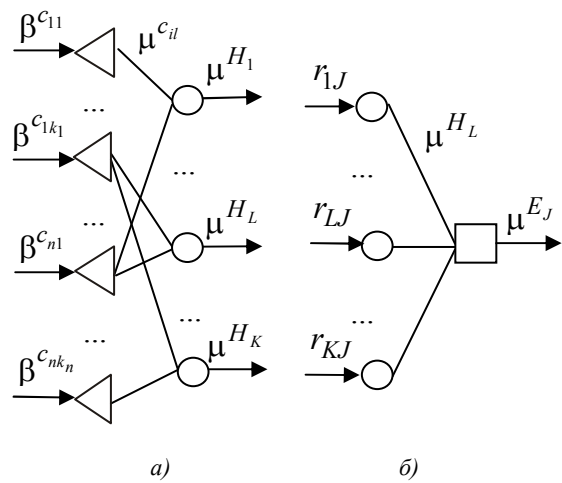


Рисунок 1 – Нейро-нечітка модель системи рівнянь: а) з *min-max* композицією, б) з *max-min* композицією [2]

де $\mu_j^E (t)$, $\hat{\mu}_j^E (t)$ – модельний і експериментальний нечіткий вектор наслідків для класу $y = d_j$ на t -ому кроці навчання; $\mu_j^H (t)$, $\hat{\mu}_j^H (t)$ – модельний і експериментальний нечіткий вектор комбінацій причин для класу $y = d_j$ на t -ому кроці навчання; $\beta_I^j (t)$ – координати максимуму функцій належності сполучених термів на t -ому кроці навчання; η – параметр навчання.

Частинні похідні у співвідношеннях (5), (6) розраховуються відповідно до [2].

Формування множини розв'язків здійснюється шляхом багаторазового запуску процедури навчання із встановленням уточнених границь області пошуку [2]. Кількість циклів навчання оцінювалась наступним чином. Нехай: T_1 – кількість циклів навчання для пошуку однієї границі; T_2 – кількість циклів навчання для пошуку множини границь. Тоді розв'язання ієрархічної системи рівнянь (3), (4) потребує T_1 циклів навчання для пошуку єдиних верхніх границь мір значимостей трендових комбінацій H_L , які визначають нижні границі β -параметрів правил, а також $T_1 T_2$ циклів навчання для пошуку множини верхніх границь β -параметрів правил. Розв'язання розширеної системи рівнянь у [10] потребувало $2 T_1 T_2$ циклів навчання для пошуку множини верхніх і нижніх границь β -параметрів правил.

Результати комп'ютерного експерименту

Для об'єкта «два входи – один вихід» трендова система нечітких логічних рівнянь має вигляд [9]:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= (\mu^{H_1} \wedge 0.45) \vee (\mu^{H_2} \wedge 0.89) \vee (\mu^{H_3} \wedge 0.45) \vee (\mu^{H_4} \wedge 0.45) \vee (\mu^{H_5} \wedge 0.45) \vee (\mu^{H_6} \wedge 0.89) \\ \mu^{E_2} &= (\mu^{H_1} \wedge 0.89) \vee (\mu^{H_2} \wedge 0.33) \vee (\mu^{H_3} \wedge 0.21) \vee (\mu^{H_4} \wedge 0.21) \vee (\mu^{H_5} \wedge 0.89) \vee (\mu^{H_6} \wedge 0.33) \\ \mu^{E_3} &= (\mu^{H_1} \wedge 0.11) \vee (\mu^{H_2} \wedge 0.11) \vee (\mu^{H_3} \wedge 0.11) \vee (\mu^{H_4} \wedge 0.89) \vee (\mu^{H_5} \wedge 0.11) \vee (\mu^{H_6} \wedge 0.11), \end{aligned} \quad (7)$$

де $\mu^{H_1} = \mu^{c_{11}} \wedge \mu^{c_{21}}$, $\mu^{H_2} = \mu^{c_{11}} \wedge \mu^{c_{22}}$, $\mu^{H_3} = \mu^{c_{12}} \wedge \mu^{c_{21}}$, $\mu^{H_4} = \mu^{c_{12}} \wedge \mu^{c_{22}}$, $\mu^{H_5} = \mu^{c_{13}} \wedge \mu^{c_{21}}$, $\mu^{H_6} = \mu^{c_{13}} \wedge \mu^{c_{22}}$.

Нечіткими причинами в (7) є: c_{11} (c_{21}) *Низький*, c_{12} (c_{22}) *Середній*, c_{13} *Високий* для x_1 (x_2).
 Нечіткими наслідками є: E_1 *Низький*, E_2 *Середній*, E_3 *Високий*. Параметри функцій належності нечітких причин і наслідків наведені в [9].

Задача полягала у налаштуванні сполучених правил для уточнених класів виходу. Для попередніх класів виходу $d_1 \div d_5$ нульовий набір правил генерувався за допомогою генетичного алгоритму [9]. Порівняно із [9], для уточненого набору правил передбачено збільшення кількості класів виходу за рахунок розбиття класу d_2 на класи d_{21} і d_{22} .

Параметри функцій належності вихідних термів, встановлені експертом, представлено в табл. 1. Для уточнених класів виходу правила налаштовувались шляхом розв’язання трендової системи рівнянь (7), де міри значимостей наслідків визначались за допомогою функцій належності на рис. 2:

$$\begin{aligned} \mu^E(d_1) &= (\mu^{E_1} = 0.82; \mu^{E_2} = 0.24; \mu^{E_3} = 0.07); \mu^E(d_{21}) = (\mu^{E_1} = 0.57; \mu^{E_2} = 0.35; \mu^{E_3} = 0.09); \\ \mu^E(d_{22}) &= (\mu^{E_1} = 0.40; \mu^{E_2} = 0.54; \mu^{E_3} = 0.10); \mu^E(d_3) = (\mu^{E_1} = 0.29; \mu^{E_2} = 0.78; \mu^{E_3} = 0.12); \\ \mu^E(d_4) &= (\mu^{E_1} = 0.17; \mu^{E_2} = 0.39; \mu^{E_3} = 0.64); \mu^E(d_5) = (\mu^{E_1} = 0.14; \mu^{E_2} = 0.27; \mu^{E_3} = 0.85). \end{aligned}$$

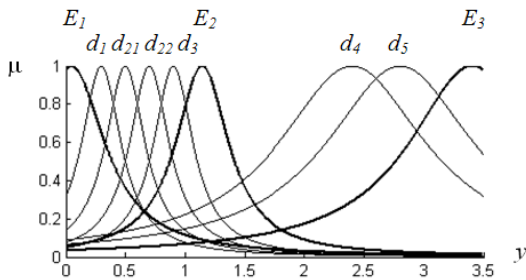


Рисунок 2 – Функції належності термів виходу

Таблиця 1 – Уточнені параметри функцій належності термів виходу

Параметр	d_1	d_{21}	d_{22}	d_3	d_4	d_5
β	0.3	0.5	0.7	0.9	2.4	2.8
σ	0.2	0.2	0.2	0.2	0.8	0.8

Для кожного класу виходу шляхом нейронного налаштування нульового набору правил отримано множину розв’язків для β – параметрів сполучених правил, які представлені в табл. 2. Інтервали значень β – параметрів визначались за допомогою функцій належності нечітких причин [9].

Для лінгвістичної інтерпретації розв’язків використовувались нечіткі терми *Низький* (H), *вище Низького* (\bar{H}), *нижче Середнього* (nC), *Середній* (C), *вище Середнього* (\bar{C}), *нижче Високого* (nB), *Високий* (B). Порівняно із [9], кількість термів для оцінки змінної x_1 не змінилась і становить 7, а кількість термів для оцінки змінної x_2 зросла до 6. Це дозволило уточнити правила у класах d_1 , d_{21} і сформуванню нового класу d_{22} . Порівняно із [9], правила у класах $d_3 \div d_5$ не змінились.

Уточнений набір правил в табл. 2 відповідає множині розв’язків системи рівнянь (7), де нечіткі квантифікатори для утворення сполучених термів асоціюються з інтервалами мір значимості $\mu^{c_{il}}$:

$$\begin{aligned} S(\mathbf{R}, d_1) &= \{ \mu^{c_{11}} = \mu^{c_{13}} \in [0.82, 1.0]; \mu^{c_{22}} \in [0.82, 1.0] \} \cup \{ \mu^{c_{12}} = 0.33; \mu^{c_{21}} = 0.33 \}, \\ S(\mathbf{R}, d_{21}) &= \{ \mu^{c_{11}} = \mu^{c_{13}} \in [0.57, 1.0]; \mu^{c_{22}} \in [0.57, 1.0] \} \cup \{ \mu^{c_{12}} = 0.11; \mu^{c_{21}} = 0.35 \}, \\ S(\mathbf{R}, d_{22}) &= \{ \mu^{c_{11}} = \mu^{c_{13}} \in [0.54, 1.0]; \mu^{c_{21}} \in [0.54, 1.0] \} \cup \{ \mu^{c_{12}} \in [0.11, 0.54]; \mu^{c_{22}} = 0.45 \} \cup \end{aligned}$$

$$\bigcup \{ \mu^{c_{11}} = \mu^{c_{13}} = 0.54; \mu^{c_{22}} = 0.45 \},$$

$$S(\mathbf{R}, d_3) = \{ \mu^{c_{11}} = \mu^{c_{13}} \in [0.78, 1.0]; \mu^{c_{21}} \in [0.78, 1.0] \} \bigcup \{ \mu^{c_{12}} = 0.45; \mu^{c_{22}} = 0.45 \},$$

$$S(\mathbf{R}, d_4) = \{ \mu^{c_{12}} \in [0.64, 1.0]; \mu^{c_{22}} \in [0.64, 1.0] \},$$

$$S(\mathbf{R}, d_5) = \{ \mu^{c_{12}} \in [0.85, 1.0]; \mu^{c_{22}} \in [0.85, 1.0] \}.$$

Таблиця 2 – β – параметри сполучених правил і лінгвістична інтерпретація розв'язків

ЯКЩО		ТО
x_1	x_2	y
[0, 0.34], <i>H</i> [5.67, 6.0], <i>B</i> 1.64 або 4.35, <i>нС</i> або <i>вС</i>	[2.55, 3.45], <i>С</i> – <i>вС</i> [2.55, 3.45], <i>С</i> – <i>вС</i> 1.02, <i>вH</i>	d_1
[0, 0.63], <i>H</i> [5.37, 6.0], <i>B</i> 0.35 або 5.65, <i>вH</i> – <i>нB</i>	2.17 або 3.82, <i>нС</i> або <i>B</i> 2.17 або 3.82, <i>нС</i> або <i>B</i> 0.97, <i>H</i>	d_{21}
[0, 0.67], <i>H</i> – <i>вH</i> [5.34, 6.0], <i>нB</i> – <i>B</i> [0.67, 5.34], <i>вH</i> – <i>нB</i> [0.35, 2.12], <i>вH</i> [3.87, 5.65], <i>нB</i>	[0, 0.67], <i>H</i> – <i>вH</i> [0, 0.67], <i>H</i> – <i>вH</i> [0.97, 1.96], <i>нС</i> [1.96, 4.05], <i>С</i> – <i>B</i> [1.96, 4.05], <i>С</i> – <i>B</i>	d_{22}
[0, 0.39], <i>H</i> [5.62, 6.0], <i>B</i> [1.96, 4.05], <i>нС</i> або <i>вС</i>	[0, 0.39], <i>H</i> [0, 0.39], <i>H</i> [1.96, 4.05], <i>С</i> або <i>B</i>	d_3
[2.28, 3.71], <i>нС</i> або <i>вС</i>	[2.28, 3.71], <i>вС</i>	d_4
[2.60, 3.40], <i>С</i>	[2.60, 3.40], <i>вС</i>	d_5

Терми причин у правилах A_i^{jP} визначаються максимальними розв'язками $\bar{\mu}^H$:

$$\bar{\mu}^H(d_1) = (\mu^{-H_1} = 0.33, \mu^{-H_2} = 0.82, \mu^{-H_3} = 0.33, \mu^{-H_4} = 0.11, \mu^{-H_5} = 0.33, \mu^{-H_6} = 0.82),$$

$$\bar{\mu}^H(d_{21}) = (\mu^{-H_1} = 0.35, \mu^{-H_2} = 0.57, \mu^{-H_3} = 0.11, \mu^{-H_4} = 0.11, \mu^{-H_5} = 0.35, \mu^{-H_6} = 0.57),$$

$$\bar{\mu}^H(d_{22}) = (\mu^{-H_1} = 0.54, \mu^{-H_2} = 0.45, \mu^{-H_3} = 0.54, \mu^{-H_4} = 0.11, \mu^{-H_5} = 0.54, \mu^{-H_6} = 0.45),$$

$$\bar{\mu}^H(d_3) = (\mu^{-H_1} = 0.78, \mu^{-H_2} = 0.45, \mu^{-H_3} = 0.45, \mu^{-H_4} = 0.12, \mu^{-H_5} = 0.78, \mu^{-H_6} = 0.45),$$

$$\bar{\mu}^H(d_4) = (\mu^{-H_1} = 0.39, \mu^{-H_2} = 0.45, \mu^{-H_3} = 0.45, \mu^{-H_4} = 0.64, \mu^{-H_5} = 0.39, \mu^{-H_6} = 0.45),$$

$$\bar{\mu}^H(d_5) = (\mu^{-H_1} = 0.27, \mu^{-H_2} = 0.27, \mu^{-H_3} = 0.45, \mu^{-H_4} = 0.85, \mu^{-H_5} = 0.27, \mu^{-H_6} = 0.27).$$

Структуру сполучених правил після налаштування показано на рис. 3. Порівняно із [9], уточнений набір правил додатково містить 5 інтервальних правил для класу d_{22} . Розподіл правил у попередніх класах $d_1, d_{21}, d_3 \div d_5$ не змінився.

Сполучені нечіткі правила забезпечують апроксимацію об'єкта, яку показано на рис. 4.

Для сполученої бази знань точність виведення і кількість правил після нейронного налаштування становить $RMSE = 0.5209$, $Z = 19$.

Кількість циклів навчання для $T_1 = 100$ і $T_2 = 25$ становить $T_1 + T_1 T_2 = 2600$. Порівняно із [10], де кількість циклів навчання становила $2T_1 T_2 = 5000$, цей показник скорочено удвічі.

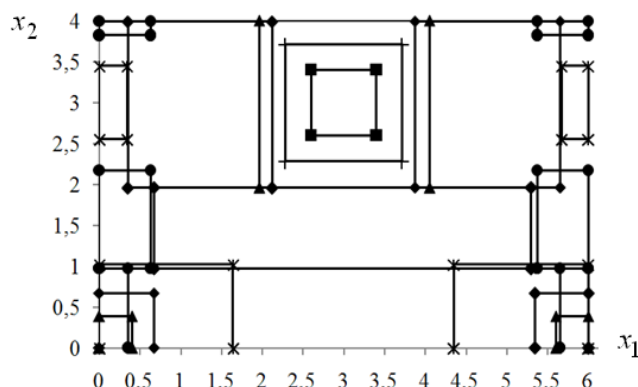


Рисунок 3 – Структура сполучених правил
 (* d_1 ; • d_{21} ; ◊ d_{22} ; △ d_3 ; + d_4 ; □ d_5)

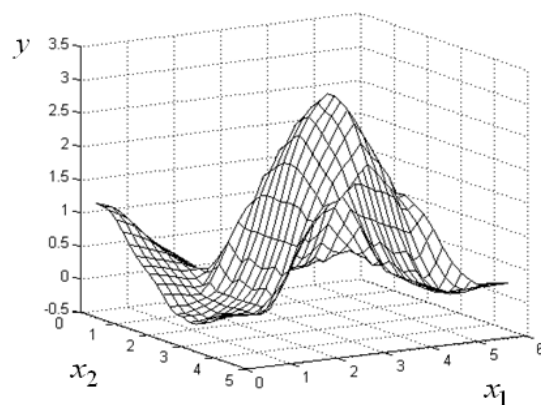


Рисунок 4 – Результат лінгвістичної апроксимації

Висновки

1. Розвинуто нейро-мережевий підхід до налаштування структури класифікаційних нечітких баз знань на основі трендових відношень або правил і оберненого логічного виведення. Налаштуванню підлягають терми входів, класи виходу і кількість правил.
2. Розроблено ієрархічну нейро-нечітку модель оберненого виведення на основі трендових правил, яка дозволяє спростити процес навчання порівняно із розширеною нейро-нечіткою мережею на основі трендових відношень.
3. Розв'язання задачі оберненого виведення здійснюється за допомогою рекурентних співвідношень, які відповідають навчанню β -параметрів сполучених термів та мір значимостей трендових комбінацій у розв'язках рівнянь нечітких відношень з ієрархічною композицією.

Список літератури

1. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ, 1999. – 320 с. – ISBN 966-7199-49-5.
2. Rotshtein A. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis / A. Rotshtein, H. Rakytyanska. – Heidelberg: Springer, 2012. – 314 p. – ISBN 978-3-642-25785-8.
3. Improving fuzzy logic controllers obtained by experts: a case study in HVAC systems/ [R. Alcalá, J. Alcalá-Fdez, M. J. Gacto, F. Herrera] // Applied Intelligence. – 2009. – Vol. 31 (1). – pp 15-30. – ISSN 0924-669X.
4. Chakraborty D. Integrated feature analysis and fuzzy rule-based system identification in a neuro-fuzzy paradigm / Chakraborty D., Pal N.R. // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part B: Cybernetics. – 2001. – Vol. 31 (3). – P. 391–400. – ISSN 1083-4419.
5. Gabrys B. General fuzzy min-max neural network for clustering and classification / B. Gabrys, A. Bargiela // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2000. – Vol. 11 (3). – P. 769 – 783. – ISSN 1045-9227.
6. A new approach to division of attribute space for SVR based classification rule extraction / [D. Zhang, A. Duan, Y. Fan, Z. Wang] // Advances in Neural Networks. – 2008. – Vol. 5263. – P. 691 – 700. – ISBN 978-3-540-87731-8.
7. Di Nola A. Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering / A. Di Nola, S. Sessa, W. Pedrycz, E. Sanchez. – Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. – 278 p. – ISBN 0792303075.
8. Rotshtein A. Optimal design of rule-based systems by solving fuzzy relational equations / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // [Issues and Challenges in Artificial Intelligence](#). – 2014. – Vol. 559. – P. 167–178. – ISSN 1860-949X.
9. Ракитянська Г. Б. Побудова класифікаційної нечіткої бази знань на основі трендових правил і оберненого виведення / Г. Б. Ракитянська // Східно – Європейський журнал передових технологій. – 2015. – Т. 1 № 3(73). – С. 25 – 32. – ISSN 1729-3774.
10. Ракитянська Г. Б. Нейро-мережевий підхід до налаштування структури класифікаційних правил на основі рівнянь нечітких відношень / Г. Б. Ракитянська // Східно – Європейський журнал передових технологій. – 2015. – Т. 4 № 2(76). – С. 51 – 57. – ISSN 1729-3774.

Відомості про авторів

Ракитянська Ганна Борисівна – к.т.н., доцент кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.