

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 629.7.01

М. В. Барабан, О. М. Бевз, Я. А. Кулик

## МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ДОСТАВКИ ОБ'ЄКТІВ БЕЗПЛОТНИМИ АВІАЦІЙНИМИ ЗАСОБАМИ

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

**Анотація.** У даній статті розроблено метод, що дозволяє зменшити час доставки товарів за допомогою БПЛА через зменшення усередненого часу очікування при доставці однієї одиниці товару в залежності від характеристик в системі доставки товарів. Пропонується виконувати обслуговування замовлень на доставку товарів не за чергою появи (перший прийшов, перший пішов), а за чергою з урахуванням пріоритетності. Число пріоритету оберненопропорційне відстані до місця доставки. Тобто першими обслуговуються близькі замовлення, що в середньому скорочує час очікування у черзі для більшості замовлень та сумарний час очікування. Проведені експериментальні дослідження доводять ефективність розробленого методу для систем доставки товарів. Запропонований метод може бути використаний для оптимізації доставки невеликих товарів з використанням БПЛА і має сенс при масовому використанні (системи масового обслуговування) за умов не дуже великої завантаженості системи доставки. Даний метод може знайти використання для системи доставки товарів в межах населеного пункту або певної території **Ключові слова:** БПЛА, безпілотні літальні апарати, доставка товарів, час доставки товару.

**Анотация.** В данной статье разработан метод, позволяющий уменьшить время доставки товаров с помощью БПЛА из-за уменьшения усредненного времени ожидания при доставке одной единицы товара в зависимости от характеристик в системе доставки товаров. Предлагается выполнять обслуживание заказов на доставку товаров не по очереди появления (первый пришел, первый ушел), а по очереди с учетом приоритетности. Число приоритета обратнопропорционально расстояния до места доставки. То есть первыми обслуживаются близкие заказа, в среднем сокращает время ожидания в очереди для большинства заказов и суммарное время ожидания. Проведенные экспериментальные исследования доказывают эффективность разработанного метода для систем доставки товаров. Предложенный метод может быть использован для оптимизации доставки небольших товаров и БПЛА и имеет смысл при массовом использовании (системы массового обслуживания) в условиях не слишком большой загруженности системы доставки. Данный метод может найти применение для системы доставки товаров в пределах населенного пункта или определенной территории.

**Ключевые слова:** БПЛА, беспилотные летательные аппараты, доставка товаров, время доставки товара.

**Abstract.** In this article, a method is developed. This method allows reducing the delivery time of goods by UAVs by reducing the average waiting time for the delivery of one unit of goods, depending on the characteristics of the delivery system of goods. The conducted experimental studies prove the effectiveness of the developed method for the delivery systems of goods. It is proposed to carry out the service of orders for the delivery of goods not in the queue of appearance (the first in input, the first in output), and in turn, taking into account priority. The priority number is selected by the proportional distance to the delivery point. That is, the closest orders are served first, which, on average, shortens queuing times for most orders and total waiting time. The proposed method can be used to optimize the delivery of goods using small UAVs and it makes sense for mass use (of mass service) under not very high delivery system load. This method can be used for the system of delivery of goods within a populated area or a certain territory

**Keywords:** UAV, unmanned aerial vehicles, delivery of goods, time of delivery of goods.

**DOI:** <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2018-43-3-54-63>.

### Вступ

#### Актуальність

Сьогоднішній час демонструє наявність у великих містах і невеликих населених пунктах заторів на шляхах через недостатньо розвинену транспортну інфраструктуру. Це призводить до втрат часу при транспортуванні та доставці певних товарів. Наслідком цього є фінансові та господарські збитки. Дану проблему засобами зміни транспортних потоків на шляхах вирішити не має можливості. Одним з способів вирішення є будівництво нових транспортних шляхів, але це спричинює великі економічні затрати. Тому в статті пропонується вирішити дану проблему втрати часу шляхом використання (безпілотних авіаційних систем) БАС для доставки товарів. Даний підхід викликає ряд проблем одна з яких це управління рухом БАС. У статті дану проблему запропоновано вирішити шляхом використання теорії масового обслуговування.

#### Мета роботи

Метою роботи є зменшення часу постачання об'єктів безпілотними авіаційними системами.

#### Постановка задачі

Рішення викладених вище проблем потрібно шукати через розв'язання задач ефективного управління рухом БАС. Для досягнення мети управління БАС існують математичні методи систем масового обслуговування, які дозволяють вирішити дану проблему, але недостатньо ефективно. Тому виникає знайти більш досконале вирішення проблеми управління рухом БАС. Дану проблему можна вирішити шляхом підвищення ефективності існуючих методів систем масового обслуговування. Під ефективністю розглядатиметься середній час очікування в черзі при доставці однієї одиниці товару.

### Відомі шляхи вирішення задачі

В статті [1] запропоновано створення сучасних БАС цивільного призначення для вирішення різноманітних задач в інтересах силових структур, інших міністерств та відомств України, а також в інтересах окремих комерційних структур, але не представлено математичну модель, яка дає можливість оцінити час роботи системи і можливості його зменшення.

В статті [2] визначено спектр використання БАС, основні проблеми пов'язані з використанням повітряного простору, обмеження окремих випадків локальних застосувань БАС для вирішення різних задач. Але також відсутня математична модель, яка визначає різні часові показники роботи.

Розв'язання будемо проводити наступними кроками. На першому кроці визначимо математичну модель управління рухом БАС. На другому кроці шляхом рішення математичних рівнянь, що відповідають моделі управління рухом БАС, визначимо параметри моделі, які будуть приводити до мінімізації часу та економічних витрат.

### Загальний опис системи доставки товарів з допомогою БПЛА

Очевидно, що проблема управління рухом БАС має бути вирішена на основі застосування систем масового обслуговування [3]. В загальному випадку система масового обслуговування, яка має бути задіяна для управління БАС наведена на рис. 1.

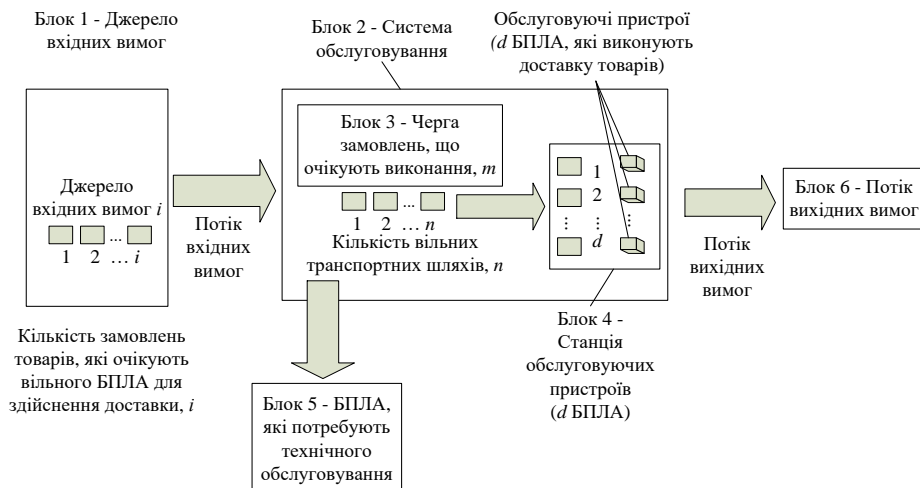


Рисунок 1 – Узагальнений вигляд система обслуговування вимог на доставку товарів з допомогою БПЛА

Дана система складається з наступних складових: джерело вхідних вимог, система обслуговування, обслуговуючий пристрій, вихідний потік вимог. Джерело вхідних вимог створюють клієнти, які виконують замовлення товарів. Джерело вхідних вимог складається з заявок, які утворюють потік вхідних вимог. Вхідна вимога представляє собою певне замовлення на доставку товару. Головний параметр даного компонента кількість замовлень на доставку товарів в системі обслуговування –  $i$ .

На рисунку 1 вхідними даними є потік вхідних вимог, який надходить з “блоку 1” – джерела вхідних вимог на обслуговування доставки товарів. В середньому у джерелі вхідних вимог  $i$  заявок на обслуговування на доставку товарів. Джерело вхідних вимог у реальній системі може бути інтернет магазином, де клієнти роблять замовлення. Потік вхідних вимог надходить у “блок 2” – система обслуговування, у якій наявні  $d$  БПЛА. Усі замовлення на доставку стають переміщуються у “блок 3” – стають чергу, і з “блоку 3” при наявності вільних БПЛА переміщуються у “блок 4” – на станцію обслуговуючих пристроїв, де відбувається завантаження БПЛА і доставка товарів до замовників. БПЛА, які здійснюють доставку створюються потік вихідних вимог, “блок 6”. Після виконання певної кількості замовлень на доставку БПЛА потребуються планового і іноді позапланового технічного обслуговування: заправка паливом та електроенергією, технічний огляд, заміна деталей, ремонт. Для виконання технічного обслуговування повинен бути передбачений окремий підрозділ, “блок 5”.

Система обслуговування представляє собою станцію БАС, яка виконує управління доставки товарів до клієнтів. В класичній системі масового обслуговування [4] кількість замовлень, які знаходяться на обслуговуванні  $d$  рівна кількості вільних транспортних каналів  $n$ . У випадку застосування БАС кількість вільних транспортних каналів є необмеженою. По цій причині кількість замовлень  $d$  буде обмежена лише обчислювальними ресурсами системи обслуговування. Кількість замовлень, які очікують обслуговування –  $m$ . Загальна інтенсивність отриманих заявок на обслуговування в одиницю часу  $T_p \in \mu_i$ . З них в одиницю часу  $T_p$  отримують обслуговування  $\lambda_i$  заявок. Середня інтенсивність завантаження каналу (або ін-

тенсивність завантаження каналу)  $\rho$  розраховується як середня кількість замовлень товарів, що надходять за час обслуговування одного замовлення  $T_p$  і обчислюється за формулою  $\rho = \lambda / \mu$ . Продуктивність кожного каналу обслуговування, або середнє число заявок, яке обслуговується каналом в одиницю часу становить -  $t_0 = T_p/d$ .

Станція технічного обслуговування виконує заправку та ремонт БПЛА після виконання операції доставки. У випадку виходу з ладу та необхідності технічного обслуговування БПЛА, кількість заявок, що обслуговуються зменшується на  $A_i$ .

Джерело вихідних вимог створюють клієнти, які отримують замовлені товари при доставці після оплати. Головний параметр даного компонента кількість замовлень на доставку товарів в системі обслуговування -  $i$ . Ймовірність такої події складає  $P_i$ .

Для реалізації кроку 1, очевидно, необхідно застосувати методи теорії масового обслуговування [5], тому що вони дозволяють вирішувати наступні завдання:

- визначити кількість каналів для доставки товарів та станцій технічного обслуговування і ремонту БПЛА;

- визначити раціональне кількість оборотних агрегатів(необхідну кількість БПЛА);

- проводити розрахунок кількості постів навантаження і розвантаження БПЛА.

При аналізі роботи системи обслуговування необхідно знати її основні вихідні параметри:

- інтенсивність потоку заявок -  $\lambda$ ;

- час обслуговування доставки однієї одиниці товару -  $T_p$ ;

- число каналів обслуговування -  $n$ ;

- число місць очікування -  $m$ ;

- кількість задіяних БПЛА -  $d$ .

При описі режиму роботи системи масового обслуговування - СМО використовуються проміжні параметри:

- час обслуговування однієї заявки -  $t_0 = T_p/d$ ;

- продуктивність кожного каналу обслуговування або середнє число заявок, яке обслуговується каналом в одиницю часу -  $t_0 = T_p/d$ ;

- приведена інтенсивність обслуговування  $\mu = 1/t_0$ ;

- коефіцієнт завантаження.

$i$  - кількість замовлень на доставку товарів в системі обслуговування (в черзі і на обслуговуванні);

$\lambda_i$  - інтенсивність надходження в систему замовлень товарів за умови, що в системі вже знаходиться  $i$  замовлень;

$\mu_i$  - інтенсивність вихідного потоку доставлених товарів за умови, що в системі знаходиться  $i$  замовлень;

$P_i$  - ймовірність того, що у системі знаходиться  $i$  клієнтів;

$\rho$  - зведена інтенсивність завантаження каналу (або інтенсивність завантаження каналу). Вона виражає середню кількість замовлень товарів, що надходять за час обслуговування одного замовлення. Обчислюється за формулою  $\rho = \lambda / \mu$ .

### Вирішення завдання мінімізації середнього часу очікування

Робота СМО відповідає такій системі рівнянь [6]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_0 &= -n \cdot \lambda \cdot P_0 + \mu \cdot P_1 \\ \frac{d}{dt} P_1 &= -(n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 + \mu \cdot P_2 + n \cdot \lambda \cdot P_0 - \mu \cdot P_1 \\ \frac{d}{dt} P_2 &= -(n-2) \cdot \lambda \cdot P_2 + \mu \cdot P_3 + (n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 - \mu \cdot P_2 \\ &\dots \\ \frac{d}{dt} P_n &= -\lambda \cdot P_{n-1} - \mu \cdot P_n \\ \sum_{i=0}^n P_i &= 1 \end{aligned} \tag{1}$$

Вирішення завдання мінімізації середнього часу очікування в черзі при доставці товарів з допомогою БПЛА виконаємо через застосування відомої математичної моделі систем масового обслуговування, яка визначає стани функціонування системи.

Рішення даної системи – це параметр  $P_i$  – ймовірність знаходження системи в  $i$ -му стані.

Робота БАС виконується в статичному режимі, тому дану систему необхідно розв'язувати в статичному вигляді.

У статичному вигляді всі похідні дорівнюють нулю [7],  $j = 0, \dots, n$ , тому система 1 буде мати вигляд

$$\begin{aligned} n \cdot \lambda \cdot P_0 &= \mu \cdot P_1 \\ (n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 &= \mu \cdot P_2 \\ \dots & \\ (n-j) \cdot \lambda \cdot P_j &= \mu \cdot P_{j+1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n P_j = 1$$

і розв'язок системи (2) диференціальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{n \cdot \lambda \cdot P_0}{\mu} \\ P_2 &= \frac{(n-1) \cdot \lambda \cdot P_1}{\mu} = \frac{(n-1) \cdot \lambda^2 \cdot P_0}{\mu^2} \\ \dots & \\ P_j &= \frac{(n+j-1) \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n \cdot \lambda^j \cdot P_1}{\mu^j} = \frac{n! \lambda^j \cdot P_0}{(n-j)! \mu^j} \\ \sum_{j=0}^n P_j &= 1 = P_0 \sum_{j=0}^n \frac{n! \lambda^j}{(n-j)! \mu^j} \end{aligned} \quad (3)$$

З системи (3) визначимо ймовірність простоювання БПЛА, яка складає,

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{n! \lambda^j}{(n-j)! \mu^j}} \quad (4)$$

А відповідно ймовірність, що БПЛА (та канал) зайнятий

$$P_3 = 1 - P_0 \quad (5)$$

### Розробка вдосконаленого методу для зменшення середнього часу очікування в черзі

На основі отриманих математичних залежностей розробимо систему, яка буде мати найменший середній час очікування в черзі в залежності від параметрів обслуговування.

Розглянемо систему БАС, яка працює з використанням пріоритетів з наданням часу квантування. Такі системи мають найбільшу ефективність [8]. Якщо БАС при своїй роботі буде використовувати пріоритети з наданням часу квантування, то зміниться середній час очікування в черзі та ймовірність знаходження станів системи. Оскільки квантування вирішує задачу оптимізації, то середній час очікування зменшиться. Розв'яжемо задачу оптимізації у такому випадку.

У випадку обслуговування по пріоритетності з наданням часу квантування (квант часу обслуговування БПЛА для доставки) пропорційно числу пріоритету, то число пріоритетності буде тим більше, чим

менше потрібно часу на обслуговування заявки, тобто чим ближча відстань до замовника. Середній час обслуговування пропорційний зведеній інтенсивності обслуговування  $t = 1/\mu$ .

Коефіцієнт пріоритету обернено пропорційний часу, тому прямо залежить зведеної інтенсивності обслуговування  $Pr = 1/t = \mu$ .

У такому випадку система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_0 &= -n \cdot \lambda \cdot P_0 + \mu^2 \cdot P_1 \\ \frac{d}{dt} P_1 &= -(n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 + \mu^2 \cdot P_2 + n \cdot \lambda \cdot P_0 - \mu^2 \cdot P_1 \\ \frac{d}{dt} P_2 &= -(n-2) \cdot \lambda \cdot P_2 + \mu^2 \cdot P_3 + (n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 - \mu^2 \cdot P_2 \\ &\dots \\ \frac{d}{dt} P_n &= -\lambda \cdot P_{n-1} - \mu^2 \cdot P_n \\ \sum_{i=0}^n P_i &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

У статичному вигляді всі похідні дорівнюють нулю,  $j = 0, \dots, n$ , тому

$$\begin{aligned} n \cdot \lambda \cdot P_0 &= \mu^2 \cdot P_1 \\ (n-1) \cdot \lambda \cdot P_1 &= \mu^2 \cdot P_2 \\ &\dots \\ (n-j) \cdot \lambda \cdot P_j &= \mu^2 \cdot P_{j+1} \\ \sum_{j=0}^n P_j &= 1 \end{aligned} \quad (7)$$

і розв'язок даної системи диференційних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{n \cdot \lambda \cdot P_0}{\mu^2} \\ P_2 &= \frac{(n-1) \cdot \lambda \cdot P_1}{\mu^2} = \frac{(n-1) \cdot \lambda^2 \cdot P_0}{\mu^4} \\ &\dots \\ P_j &= \frac{(n+j-1) \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n \cdot \lambda^j \cdot P_1}{\mu^{2j}} = \frac{n! \cdot \lambda^j \cdot P_0}{(n-j)! \cdot \mu^{2j}} \\ \sum_{j=0}^n P_j &= 1 = P_0 \sum_{j=0}^n \frac{n! \cdot \lambda^j}{(n-j)! \cdot \mu^{2j}} \end{aligned} \quad (8)$$

Імовірність простоювання БПЛА складає,

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{n! \lambda^j}{(n-j)! \mu^{2j}}} \quad (9)$$

а ймовірність, що БПЛА (та канал) зайнятий

$$P_s = 1 - P_0 \quad (10).$$

Враховуючи, що  $\mu = 1/t$ , то вираз (9) змінюється до вигляду:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{n! \lambda^j \cdot t^{2j}}{(n-j)!}}, \quad (11).$$

що дозволяє стверджувати, що розв'язок диференціального рівняння (8) можна звести до мінімізації залежності не ймовірностей, а часу.

#### Експериментальне порівняння часу очікування вдосконаленого методу з відомим шляхом моделювання

Нехай є система доставки товарів, у якій на вхід поступають  $\lambda = 6$  заявок на обслуговування товарів. Середня інтенсивність обслуговування (завантаження системи) складає  $\rho = 0.65$ . Система має  $N$  каналів, які можуть бути вільні або зайняті. У системі одночасно в середньому знаходиться (1)  $\mu = 9.23$  замовлень, які чекають обслуговування, тоді як на вхід поступає  $\lambda = 6$  заявок. За даної інтенсивності обслуговування  $\rho = 0.65$  система в середньому обслуговує заявки швидше, ніж вони надходять, тому система є стабільною та не перевантаженою.

Розглянемо випадок, якщо для системи доставки товарів використовується 1 БПЛА, та 2 способи порядку обслуговування замовлень на доставку: з відмовами, коли замовлення на доставку при наявності кількості заявок на входів більше, ніж місць у черзі, або кількості каналів  $N$ , отримують відмову (з можливістю повторної подачі заявки) та з необмеженим очікуванням у черзі (при цьому один БПЛА обслуговує по черзі  $N$  каналів).

У випадку системи доставки з відмовами (рис. 1) можливі 2 стани системи:  $S_0$  - канал вільний і БПЛА готовий обслуговувати замовлення на доставку та  $S_1$  - канал зайнятий і БПЛА виконує обслуговування замовлення на доставку та не готовий до обслуговування нової заявки.

Стани  $S_0$  і  $S_1$  обчислюються за формулами (12) та (13).

У випадку одноканальної БАС з відмовами (рис 2.) існують 2 стани:

- $S_0$  – канал вільний;
- $S_1$  – канал зайнятий (відбувається обслуговування замовлення).

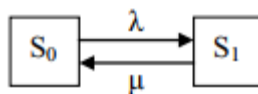


Рис. 2 – Граф стану одноканальної БАС з відмовами

Граничні ймовірності системи:

- $P_0$  – ймовірність стану  $S_0$

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad (12)$$

- $P_1$  – ймовірність стану  $S_1$  [9]

$$P_1 = 1 - P_0. \quad (13)$$

Враховуючи, що  $\mu = 1/t$ , то вираз (12) змінюється до вигляду:

$$P_0 = \frac{1/t}{\lambda + 1/t} = \frac{1}{1 + \lambda \cdot t}, \quad (14)$$

Звідки можна час  $t$  визначити як:

$$t = \frac{1 - P_0}{P_0 \cdot \lambda} \quad (15)$$

Використаємо обслуговування заявок із пріоритетом надання обслуговування заявок, які мають найменший час на обслуговування (доставка по найближчій адресі). Формули (12) та (13) у такому випадку зміняться до вигляду (14) та (15).

Граничні ймовірності системи:

-  $P_{0s}$  – імовірність стану  $S_0$

$$P_{0s} = \frac{\mu^2}{\lambda^2 + \mu^2}; \quad (16)$$

-  $P_{1s}$  – імовірність стану  $S_1$

$$P_{1s} = 1 - P_{0s}. \quad (17)$$

Враховуючи, що  $\mu = 1/t$ , то вираз (16) змінюється до вигляду:

$$P_0 = \frac{1/t^2}{\lambda^2 + 1/t^2} = \frac{1}{1 + \lambda^2 \cdot t^2}, \quad (18)$$

Звідки можна час  $t$  визначити як:

$$t = \sqrt{\frac{1 - P_0}{P_0 \cdot \lambda^2}} \quad (19)$$

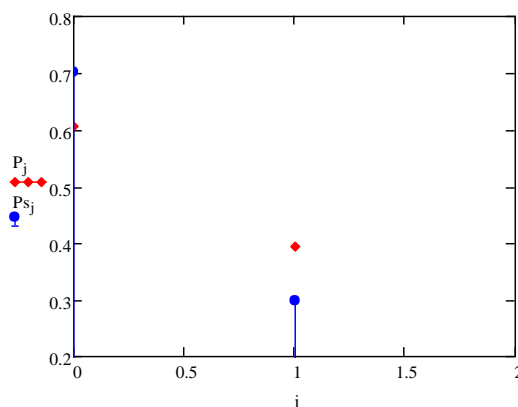


Рисунок 3 – Імовірності станів  $S_0$  та  $S_1$

Графічно порівняння 2-х способів обслуговування черги замовлень (з пріоритетами та без): показана на рисунку 3. З рисунка видно, що використання пріоритетності обслуговування заявок дозволяє збільшити ймовірність стану вільного каналу  $P_0$  та зменшити ймовірність стану зайнятого каналу  $P_1$ , що свідчить про те, що в цілому система доставки товарів з пріоритетністю обслуговування в середньому за одиницю часу є менш завантаженою та встигає обслуговувати більше замовлень, і вхідні замовлення отримують менше число відмов. Сума ймовірностей  $P_0$  та  $P_1$  в обох випадках рівна 1, що показує правильність отриманих розрахунків.

Використовуючи формули (15) та (19) можна розрахувати час, якщо імовірність стану  $P_0$  фіксована. Диференційне рівняння (8) розв'язується відносно імовірності станів системи, але якщо взяти статичне значення імовірності стану незайнятого каналу  $P_0$ , то можна зменшити середній час очікування в черзі. На практиці це означає, що за однакової інтенсивності обслуговування при використанні доставки з пріоритетами середній час очікування в черзі буде меншим. На рисунку 4 показані графіки розрахунку середнього часу очікування в черзі для відомого ( $t_i$ ) та вдосконаленого ( $ts_i$ ) методу залежно від різної імовірності  $P_0$ .

Стани БАС мають таку інтерпретацію:

- $S_0$  – канал вільний;
- $S_1$  – канал зайнятий (черги немає);
- $S_2$  – канал зайнятий (одне замовлення знаходиться в черзі);
- $S_i$  – канал зайнятий ( $i - 1$  замовлення знаходиться в черзі);
- $S_N$  – канал зайнятий ( $N - 1$  замовлення знаходиться в черзі).

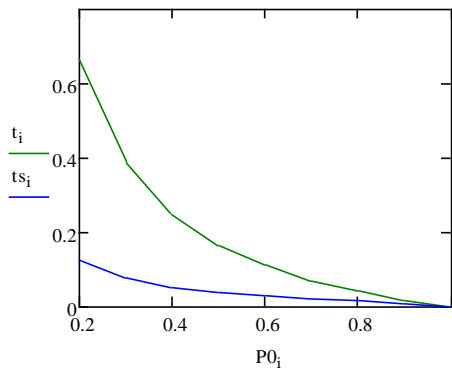


Рисунок 4 – Порівняння середнього часу очікування в черзі для відомого методу обслуговування,  $t_i$ , та вдосконаленого методу (з пріоритетами),  $ts_i$ .

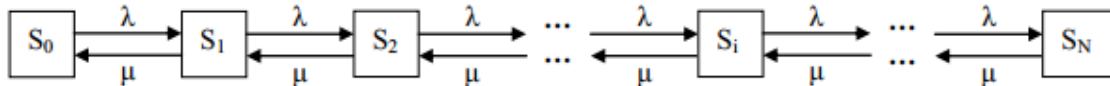


Рис. 5 – Граф стану одноканальної БАС з очікуванням та обмеженням на довжину черги

У випадку системи доставки з очікування (рис. 5) можливі  $N$  станів системи відповідно до кількості місць у черзі:  $S_0$  – канал вільний,  $S_1$  – канал зайнятий, черги немає,  $S_2$  – канал зайнятий, в черзі 1 замовлення на доставку,  $S_i$  – канал зайнятий, у черзі  $i - 1$  замовлень на доставку,  $S_N$  – канал зайнятий, у черзі  $N - 1$  замовлень на доставку [10].

$$P_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \quad (20)$$

$$P_i = P_0 \rho^i \quad (21)$$

Імовірність стану вільного каналу  $S_0$ ,  $P_0$ , обчислюється за формулою (20). Імовірності зайнятого каналу при наявності від 0 до  $N - 1$  замовлень на доставку товарів,  $P_1 - P_N$ , обчислюються за формулою (21). Використаємо обслуговування заявок із пріоритетом надання обслуговування заявок, які мають найменший час на обслуговування (доставка по найближчій адресі). Формули (20) та (21) у такому випадку зміняться до вигляду (22) та (23).

$$P_{0s} = \frac{1 - \rho_s}{1 - \rho_s^{N+1}} \quad (22)$$

$$P_{is} = P_{0s} \rho_s^i \quad (23)$$

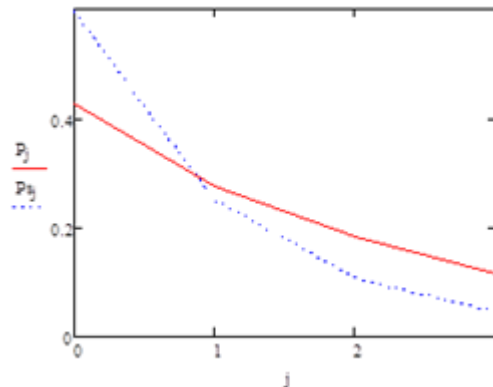


Рисунок 6 – Імовірності станів  $S_0 - S_N$  для системи доставки товарів із чергою з пріоритетністю доставки та без пріоритетності

Графічно порівняння 2-х способів обслуговування черги замовлень (з пріоритетами та без): показано на рисунку 6. З рисунка видно, що використання пріоритетності обслуговування заявок дозволяє збільшити імовірність стану вільного каналу  $P_0$  та зменшити імовірність стану зайнятого каналу  $P_1 - P_N$ , що свідчить про те, що в цілому система доставки товарів з пріоритетністю обслуговування в середньому за одиницю часу є менш завантаженою та встигає обслуговувати більше замовлень, і входні замовлення менше стоять у черзі. Аналогічно до формул (15) та (19) та рисунку 4 можна довести, що за однакових умов завантаженості каналу зменшується середній час очікування в черзі.

Сума імовірностей з  $P_0$  по  $P_N$  в обох випадках рівна 1, що показує правильність отриманих розраху-

$$\sum_{\text{нків } i=0}^N P_i = 1 \quad \sum_{i=0}^N P_{iS} = 1$$

#### Висновки

У даній статті вдосконалено метод для розв'язання задачі доставки товарів з використанням БПЛА, який на відміну від існуючих використовує коефіцієнт пріоритету, що дає можливість зменшити середній час очікування в черзі. Таким чином підвищується ефективність системи доставки товарів засобами БПЛА. Крім того, вдосконалений метод дозволяє зменшити імовірність вільного стану каналу і БПЛА не зайнятий та готовий виконувати замовлення на доставку. Іншим аспектом ефективності є зменшення очікування в черзі.

Моделювання показало, що вдосконалений метод зменшує середній час очікування в черзі за однакових умов завантаженості каналу, або збільшує імовірність того, що канал буде не зайнятий, та зменшує імовірність того, що канал буде зайнятий повністю або частково, і БПЛА не зможе обслуговувати поточне замовлення на доставку товару, що дозволяє стверджувати, що поставлена в статті метода була досягнута. У реальних системах зменшення часу очікування призводить до збільшення прибутку, а для окремих категорій товарів є важливим показником, якщо час доставки впливає на якість товарів (товари, що швидко псуються з часом, наприклад харчові продукти).

#### Список літератури

- [1] Приймак А. В. Аналіз доцільності створення та застосування багатофункціональних безпілотних авіаційних комплексів цивільного призначення / А. В. Приймак, Я. В. Дар'їн, Д. М. Стрюк, А. А. Слободянюк // Системи озброєння і військова техніка. – 2010. – № 3(23). – С. 142-145.
- [2] Харченко О. В. Класифікація та тенденції створення безпілотних літальних апаратів військового призначення / О. В. Харченко, В. В. Кулешин, Ю. В. Коцуренко // Наука і оборона. – 2015. – № 6 – С. 47-54.
- [3] О. Б. В'юненко. Дослідження операцій. Системи масового обслуговування. Методичні вказівки та завдання для самостійної роботи. В'юненко О. Б., Воронець Л. П. / Суми, 2008 рік - 37 с.
- [4] Таха Х. Введение в исследование операций, 6-е издание.: Пер. с англ.. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.
- [5] Катренко А. В. Дослідження операцій. Підручник. – Львів: «Магнолія Плюс», 2004. – 549 с.
- [6] Андросенко О. С. Постановка и решение задач Марковских процессов на ЭВМ: Методические указания и варианты контрольных заданий для студентов всех специальностей / О. С. Андросенко, Л. Д. Девятченко, Е. П. Маяченко. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2007. – 51 с.
- [7] Бідняк М. Н. Виробничі системи на транспорті: теорія і практика. Монографія / М. Н. Бідняк, В. В. Біліченко. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2006 – 176 с.

[8] Богачев, К. Ю. Операционные системы реального времени: материалы лекций / К. Ю. Богачев. – М.: МГУ, 2000. – 100 с.

[9] Канарчук В. Є. Організація виробничих процесів на транспорті в ринкових умовах / В. Є. Канарчук, О. А. Лудченко, Бариллович Л. П., Бойко Г. Ф. та ін. – К. : Логос, 1996. – 348 с.

[10] Акулин И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулин. – М. : Высш. шк., 1993 – 336 с.

Стаття надійшла: 13.11.18.

#### Відомості про авторів

**Барабан Марія Володимирівна** – кандидат технічних наук, Вінницький національний технічний університет, старший викладач автоматики та інформаційно-інтелектуальної техніки, вул. Хмельницьке шосе, 95.

**Бевз Олександр Миколайович** – кандидат технічних наук, Вінницький національний технічний університет, доцент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна.

**Кулик Ярослав Анатолійович** – кандидат технічних наук, Вінницький національний технічний університет, старший викладач кафедри автоматики та інформаційно-інтелектуальної техніки, вул. Хмельницьке шосе, 95.

М. В. Барабан, О. М. Бевз, Я. А. Кулик

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ДОСТАВКИ ОБЪЕКТОВ БЕСПИЛОТНЫХ АВИАЦИОННЫХ СРЕДСТВ

Вінницький національний технічний університет, г. Вінниця

M. V. Baraban, O. M. Bevez, Y. A. Kulyk

## MODELING OF THE OBJECTS DELIVERY SYSTEM WITH UNMANNED AVIATION FACILITIES

Vinnitsa National Technical University, Vinnytsia

#### ДО ВІДОМА АВТОРІВ

Найновіші правила оформлення і подання статей знаходяться на сайті журналу  
<http://itce.vntu.edu.ua/>