УДК 681.586.773

Й. І. СТЕНЦЕЛЬ, С. В. ПАВЛОВ, О. Д.АЗАРОВ, Л. І .ПЕТРОСЯН

Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, м. Луганськ
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

ФІЗИЧНІ ТА МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ РЕОЛОГІЧНИХ ПЕРЕХОДІВ У БІОЛОГІЧНОМУ ОРГАНІЗМІ

Анотація. У роботі наведено результати досліджень роботи біологічного організму. Показано, що в біологічному організмі проходять процеси, котрі супроводжуються явищами перенесення енергії, маси та кількості руху. Такі процеси обумовлені біохімічними реакціями, біомагнітними процесами, а також наявністю границь переходу, в яких створюються нові речовини, види енергії та витрати біоречовин. Розглядаються фізичні моделі реологічних перетворень, а також, а також узагальнена математична модель біологічного організму.

Ключові слова: біологічний організм, метод, фізична модель, зона перенесення, маса, енергія, кількість руху, обмеження, математична модель.

Аннотация. В работе приведены результаты исследований работы биологического организма. Показано, что в биологическом организме протекают процессы, которые сопровождаются явлениями переноса энергии, массы ы количества движения. Такие процессы обусловлены биохимическими реакциями, биомагнитными процессами, а также наличием границ перехода, в которых создаются новые вещества, виды энергии и расходы биовеществ. Рассматриваются физические модели реологических преобразований, а также обобщенная математическая модель биологического огранизма.

Ключевые слова: биологический организм, метод, физическая модель, зона переноса, масса, энергия, количество двыжения, ограничения, математическая модель.

Abstract. The paper presents the results of studies of the biological organism. It is shown that in biological organisms are processes which are accompanied by energy transfer phenomena, mass and momentum. Such processes are caused by biochemical reactions biomagnetic processes, as well as the presence of transition boundary, which creates new substances, forms of energy and cost biorechovyn. We consider the physical model rheological changes as well, as well as a generalized mathematical model of a biological organism.

Keywords: biological organism, method, physical model, a zone transfer, mass, energy, momentum, limitations, mathematical model.

Вступ

Біологічні процеси за своєю структурою та характером у багатьох випадках аналогічні процесам, котрі мають місце в хімічній промисловості. У всіх випадках як біологічні, так і хімічні процеси супроводжуються явищами перенесення маси, енергії та кількості руху. Як у перших, так і в других процесах проходять перетворення маси, енергії та кількості руху, у результаті чого створюються нові речовини, види енергії та руху, котрі відповідним чином накопичуються та переносяться в інші матеріальні середовища, створюючи таким чином їх стік. У науковій літературі велика увага явищам перенесення приділялася технологічним процесам: хімічним, біохімічним, фармацевтичним, нафтопереробним і надзвичайно мало процесам перенесення маси, енергії та кількості руху, які пов'язані з життєдіяльністю біологічного організму у тому числі й людського. Як вказується в [1-9], явища перенесення маси, енергії та кількості руху відносяться до нелінійних, розподілених за часом і просторовими координатами, у зв'язку з чим виникають труднощі їх описання в аналітичній, доступній для подальшого використання формі. Тому дослідники, як правило, суттєво спрощували фізичні моделі процесів явищ перенесення, обмежували їх граничними та крайовими умовами таким чином, щоби нелінійне диференціальне рівняння того чи іншого явища перенесення привести до лінійного чи квазілінійного.

Відомо [1], що гравітаційна сила $F = g(\rho_r - \rho)$ є рухомою силою, яка призводить до виникнення перенесення кількості маси чи тепла в середовищі, яким може бути й біологічний організм. В аналітичному описанні вона входить у загальне векторне рівняння балансу сил і кількості руху. Іншими балансовими рівняннями є рівняння нерозривності (баланс маси) і рівняння балансу, які описують будь-який процес перенесення, котрий викликає зміну густини (щільності). Таким чином, завжди мають місце по крайній мірі три рівняння, котрі визначають параметри перенесення. До таких параметрів відноситься швидкість, тиск, енергія й концентрація. Крім того, необхідні рівняння, котрі зв'язують параметри стану процесу перенесення. Потрібно також знати коефіцієнти молекулярного перенесення, тобто в'язкість для ньютонівської рідини, коефіцієнт енергопровідности, кофіцієнт дифузії компонентів у середовищі та деякі інші коефіцієнти.

При дослідженні явищ перенесення конкретизуються задачі, котрі накладуються на механізми, які викликають рух, у вигляді геометричної форми, умов на характер поверхні, навколишнє середовище тощо. Величинами, котрі потрібно визначити аналітично або експериментально при будь-якому явищі перенесення, є потік перенесення та поле швидкостей. Наприклад, коефіцієнт енерговіддачи α від поверхні до середовища визначається через енергетичний потік Q і задані умови за енергією E_0 і E_∞, де E_0 і E_∞ — енергія з випромінюючої поверхні тіла площею S та середовища необмеженої товщини відповідно [2]. Відповідно рівняння статики для передачі енергетичного потоку Q записується в такому вигляді

$$Q = \alpha S\left(E_0 - E_\infty\right), \tag{1}$$

Загальними рівняннями перенесення для рухомих потоків служать звичайні рівняння гідромеханіки. Рухомим механізмом у вимушених потоках є градієнт густини, енергії та швидкості потоку. Рівняння руху, викликаного перенесенням енергії (аналогічно маси), мають вигляд [3-5]:

$$\frac{D\rho}{D\theta} = -\rho\nabla\nu \text{ або } \frac{\partial\rho}{\partial\theta} = -\left(\rho\nabla\nu + \nu\cdot\nabla\rho\right); \tag{2}$$

$$\rho\frac{D\nu}{D\theta} = \rho g - \nabla p + \mu\nabla^2\nu + \frac{1}{3}\mu\nabla\left(\nabla\nu\right); \tag{3}$$

$$\rho c_p\frac{DE}{D\theta} = \nabla k\nabla E + \beta E\frac{Dp}{D\theta} + \mu\Phi + q''', \tag{4}$$

де: ρ - густина (або щільність); θ - час перенесення маси, енергії та кількості руху від джерела до середовища; ν - швидкість перенесення; g - прискорення земного тяжіння; $\overline{\rho}$ - визначальний параметр процесу перенесення (наприклад, густина потоку); $\nabla\nu$ - градієнт зміни швидкості; $\nabla\rho$ - градієнт зміни визначального параметра; ∇p - градієнт статичного тиску; μ - динамічна в’язкість речовини; c_p - питома теплоємність; β - коефіцієнт об’ємного розширення; Φ - дисипативна функція; ∇E - градієнт зміни енергії; k - коефіцієнт енергопровідності; q''' - питома потужність об’ємних джерел енергії.

Перше рівняння (рівняння нерозривності) виражає умову зберігання імпульсу маси. Це скалярне рівняння зв’язує миттєву швидкість зміни щільності субстанції в деякій точці поля, виражену через повну похідну $D/D\theta$, з місцевою швидкістю розширення або стискування ∇V, яке обумовлене полем швидкості. Друге рівняння (векторне) виражає рівність сили, обумовленої місцевим прискоренням, сумі місцевої об’ємної сили, сили, обумовленої градієнтом тиску, та сил в’язкості. Третє рівняння (скалярне) виражає закон зберігання енергії. Як вказується в [9-13], основна трудність при розв’язку рівнянь має місце через можливі зміни параметрів перенесення μ, k і щільності (густини) ρ. Параметри μ і k залежать головним чином від температури і в деяких випадках можна приймати, що вони є сталими. Але, щоби отримати рух маси чи енергії, потрібно завжди враховувати зміну щільності енергії чи густину речовини. Градієнти концентрації хімічних компонентів у середовищі, яке знаходиться в полі гравітаційної сили, можуть створювати реологічні переміщення, котрі викликані градієнтними силами. У багатьох випадках зміна концентрації речовини є єдиною рушійною силою перенесення маси. Тоді параметр E входить у рівняння (2) у вигляді енергії, якою може бути й температура, та обумовлений перенесенням теплового, ультразвукового, світлового чи іншого потоку. Щоби зв’язати конвекційне та дифузійне перенесення хімічних компонентів у біологічному організмі, потрібні додаткові рівняння зберігання, аналогічні рівнянню (3) для енергії. Якщо одночасно проходить дифузія декількох різних хімічних компонентів, то потрібно стільки ж таких рівнянь. Рівняння балансу для конвекційного перенесення з врахуванням дифузії та будь-яких хімічних реакцій приймає вигляд

$$\frac{DC}{D\theta} = \nabla\cdot D_C\nabla C + \nu''', \tag{5}$$

де D_C - коефіцієнт дифузії компонента; ν''' —швидкість створення компонента C в одиниці об’єму.

Розглянуті повні рівняння, які описують енергоперенесення в динамічних потоках мають складний вигляд. Такими рівняннями рекомендується користуватися у випадках, де потрібно враховувати різні фізичні процеси та механізми [12-14]. Перший детальний розрахунок перенесення, викликаного виштовхуючою силою, зроблено Лоренцом [15]. Розглянуті найпростіші умови: стаціонарне ламінарне перенесення маси в шарі, який примикає до зануреної в спокійний навколишній газ вертикальної поверхні; температура газу є сталою та рівною температурі T_∞ безмежного середовища, температура випромінюючої тепло поверхні також підтримується сталою та рівною T_0. Якщо $T_0 > T_\infty$, то (якщо густина рідини (газу) зменшується з ростом температури, що звичайно має місце) витискуюча сила $B(x, y) = g\left(\rho_\infty - \rho\right)$ є позитивною, то рух потоку направлений знизу вверх і навпаки. Якщо поверхня має в напрямку z велику протяжність, то процес перенесення описується в системі декартових координат x, y повною системою рівнянь (1) - (3). Найпростішим видом перенесення є стаціонарний ламінарний рухомий потік. Тоді член ∇V у рівняннях (2) і (3) можна прийняти рівним нулю. Енергетичні ефекти, які описуються в рівнянні (4) членом, котрий враховує поле тиску, розподіленими джерелами q''' і дисипативним членом $\mu\Phi$, іноді дуже малі. Таким чином, різниця ($g\rho - \nabla p$) між об'ємною силою та силою тиску в рівнянні (3) з деяким наближенням можна прийняти в багатьох випадках рівною $g(\rho - \rho_\infty)$. Таким чином, для ламінарного потоку рівняння (2) - (4) приймають вигляд:

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0\,; \tag{6}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + g(\rho_\infty - \rho); \tag{7}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right); \tag{8}$$

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right). \tag{9}$$

При рішенні рівнянь (6) - (9), як правило, приймають, що розподілення швидкості $v(x, y) = 0$. Тоді з рівняння (6) випливає, що $u(x, y) = u(y)$. При цій умові рівняння (6) і (8) вилучаються, а рівняння (7) і (9) спрощуються. У рівнянні (7) конвекційним членом $u\partial u / \partial x$ (перенесення кількості руху) нехтують, так як $u = u(y)$. Крім того, нехтують ефектами в’язкості й енергопроводності. Нарешті, залежність густини (щільності) від зміни енергії $\rho(E)$ приймається лінійною

$$\rho(E) = \rho(E_\infty)[1 - \beta(E - E_\infty)], \tag{10}$$

де β - термічний коефіцієнт об’ємного розширення середовища.

Рівняння, які після таких спрощень залишилися, для функцій $u(y)$ і $E(x, y)$ мають вигляд: $\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\rho\beta(E - E_\infty) = 0,$ і $k\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} - \rho c_P u\frac{\partial E}{\partial x} = 0$.

Система рівнянь складається з нелінійних рівнянь, так як до них входить член, який містить похідну $\partial E / \partial x$. Тому для подальшого спрощення автори приймають, що оскільки в області перенесення тепла енергія змінюється від E_∞ при $x = 0$ до $E(x, y)$ при $x = L$, то величину $\partial E / \partial x$ можна наближено подати як $(E - E_\infty)/L$. Тоді залежність $E(x)$ вилучається і $E(x, y) = E(y)$. Уводячи замість $E(y)$ нову змінну $\phi = [E(y) - E_\infty]/[E_0 - E_\infty]$, отримують звичайну систему диференціальних рівнянь за координатою y у вигляді:

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{g\rho\beta(E_0 - E_\infty)}{\mu}\phi = 0\,, \tag{13}$$

$$\frac{d^2 \phi}{dy^2} - \frac{\rho c_P u}{kL}\phi = 0\,. \tag{14}$$

З цього випливає, що процеси перенесення маси, енергії та кількості руху розглядалися односторонньо за схемою «джерело $\Longrightarrow$ стік», причому у всіх випадках джерело на границі перенесення має безмежну концентраційну та енергетичну потужність. Рівняння (2) - (4) описують процес перенесення енергії, маси та кількості руху тільки від джерела з максимальним потенціалом φ_0 до іншого середовища з меншим потенціалом φ. Різниця цих потенціалів $\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi$ є рушійною силою процесу перенесення. Для масоперенесення за таку рушійну силу приймається різниця концентрацій $\Delta C = C_0 - C$ речовин або різниця їх густини $\Delta\rho = \rho_0 - \rho$ (виштовхуюча сила); для енергоперенесення рушійною силою може бути різниця температур $\Delta T = T_0 - T$ або різниця енергетичних потенціалів $\Delta E = E_0 - E$, де C_0, ρ_0, T_0, E_0 - відповідно концентрація, густина, температура та енергія на границі їх переходу в інше середовище. З вищенаведеного випливає, що явища перенесення маси, енергії та кількості руху в класичній теорії розглядалися як одностадійний процес – від джерела до деякого іншого середовища, про що свідчать рівняння (2) - (4), в яких є тільки одна швидкість перенесення маси $D\rho / Dt$, об'єму DV / Dt та енергії DE / Dt. Але ці швидкості характеризують лише перенесення від джерела безмежної потужності до іншого середовища, а фактично від джерела до зони реологічних перетворень і не враховують яким чином проходить перетворення маси, енергії та кількості руху в іншому середовищі та де накопичується новостворена маса, енергія чи кількість руху. Права частина рівнянь (2) - (4) описує процеси перенесення маси, енергії та кількості руху за геометричними координатами x, y, z, а також вплив зміни енергії та кількості руху на процес перенесення маси, маси та енергії на процес перенесення маси тощо. Як правило, перенесення маси, енергії та кількості руху здійснювалося в середовищі безмежних розмірів, про що свідчать граничні умови, котрі накладувалися на методи аналітичних рішень цих рівнянь. Рівняння Лоренца описують процеси перенесення маси, енергії та кількості руху при умові безмежної потужності джерел, сталих швидкостях $\frac{D\rho}{Dt} = const$, $\frac{DV}{Dt} = const$, $\frac{DE}{Dt} = const$ і часу $t = \infty$. Практично у всіх випадках приймалося, що новостворена маса, енергія чи кількість руху не накопичується, або переноситься в безмежність, або дорівнює кількості маси, енергії та кількості руху, яка передана джерелом. Окрім того приймалося, що час перенесення маси, енергії та кількості руху і час перенесення новотвореної маси, енергії та кількості руху є одним і тим же часом, що призводить до парадоксу про безмежну швидкість перенесення [15].

Мета статті

Розробити фізичні та математичні моделі перенесення кількості руху, енергії та маси в біологічному організмі людини на основі теорії реологічних переходів та перетворень.

Постановка задачі

У біологічному організмі, у тому числі й людському, протікають тепломасо-обюмінні процеси, котрі супроводжуються біохімічними процесами, в результаті чого створюються матеріальні та теплові потоки, швидкість яких залежить від кількості руху, обумовленої роботою судинно-серцевої системи. Задача полягає в тому, що на основі теорії реологічних переходів і перетворень виконати аналіз таких біологічних процесів і розробити фізичні та математичні моделі.

Фізичні моделі реологічних перетворень маси, енергії та кількості руху в біологічному організмі

Аналіз процесів перенесення кількості руху, маси та енергії показує, що при дослідженні процесів масо-енергоперенесення приймалося, що джерела маси та енергії (концентраційний та енергетичний напір) мають безмежну потужність і ніколи не враховувалося, що між джерелом і досліджуваним тілом завжди є деяка межа розділу (реальна чи уявна), через яку здійснюється перенесення імпульсу кількості руху, маси та енергії [14 - 15]. Перехід імпульсу кількості руху, маси та енергії через межу розділу називається реологічним переходом, а процес, який протікає при цьому переході – реологічним перетворенням. Фізична модель найпростішого реологічного переходу показана на рис. 1.

Джерело з безмежною потужністю (кількості руху $Q_L = Q_{L0}$, маси $Q_M = Q_{M0}$, енергії $Q_E = Q_{E0}$) на межі розділу «джерело-тіло» (далі під терміном «тіло» називатимемо біологічний організм) зліва характеризується деякими своїми сталими параметрами, наприклад, температурою нагріву $T = T_{G0} = const$, концентрацією $C = C_{G0} = const$, енергією $E = E_{G0} = const$. У початковий момент часу $t = 0$ тіло характеризується своїми параметрами: $q_l = q_{l0}$; $q_m = q_{m0}$ і $q_e = q_{e0}$ або температурою $T = T_{\Omega 0} = const$, концентрацією $C = C_{\Omega 0} = const$, енергією $E = E_{\Omega 0} = const$. Причому $q_l < Q_L < q_l$, $q_m < Q_M < q_m$ і $q_e < Q_E < q_e$.

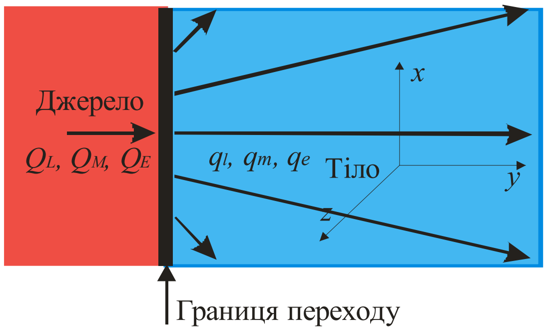

Рисунок 1 – Фізична модель реологічного переходу

Якщо джерело й тіло миттєво з'єднуються між собою, то кількість руху, маси та енергії від джерела передається тілу за рахунок того чи іншого перетворення. Якщо передається імпульс кількості теплоти, то такий перехід підпорядковується закону Фур'є, якщо передається імпульс маси, то закону Фіка, якщо передається імпульс кількості руху, то закону Ньютона. При умові безмежної потужності джерела на границі розділу фаз (на границі між джерелом і тілом) створюється пригранична зона як показано на рис. 2.

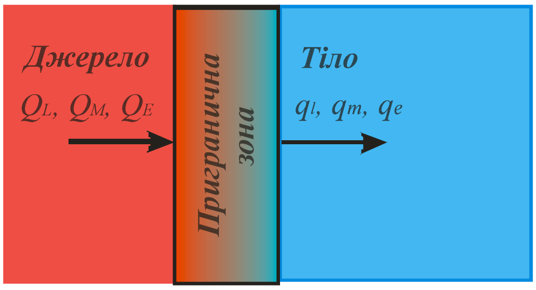

Рисунок 2 – Процес перенесення з одним реологічним переходом

Кількість руху Q_L, маси Q_M чи енергії Q_E від джерела з безмежною потужністю передається в приграничну зону, в якій відповідним чином перетворюється і вже в перетвореному вигляді розповсюджується (стікає) в тілі. Пригранична зона може бути дуже вузькою, наприклад, ламінарний приграничний шар на вертикальній стінці, між незмішуючими рідинними середовищами, між двома тілами, які труться поміж собою, при передачі високочастотної енергії від одного тіла до іншого тощо, а також достатньо широкою зоною, як наприклад, при наявності гнійних процесів, адсорбційно-десорбційних процесів, хімічних перетворень у шлунково-кишечному тракті тощо. Реологічні перетворення, які мають один реологічний перехід, відносяться до найпростіших (наприклад, нагрівання тіла до температури нижчої від критичної), процеси розчинення речовин в тілі, при яких не створюються другорядні речовини, наприклад, розчинення цукру, змішування кислот чи спиртів тощо. Одномірні технологічні процеси, як правило, описуються найпростішими лінійними диференціальними рівняннями, такими як рівнянням Фур'є для теплопровідності $q_T = -\lambda \nabla T$, рівняннями Фіка для масопровідності $q_m = -D_m \nabla C$, рівнянням Ньютона для перенесення кількості руху, де λ - коефіцієнт теплопровідності; T - температура; D_m - коефіцієнт дифузії; C - концентрація перетворюваних речовин. Хімічні процеси в тілі, як правило, супроводжуються одночасним перенесенням кількості руху, маси та енергії. Такі процеси (багатомірні) мають дві й більше зони реологічних переходів, а відповідно, перетворень. За принципом дії зони розділяються на теплообмінні, масообмінні, енерго-масообмінні та реакційні. Реакційні розділяються на одностадійні, двостадійні та багатостадійні [15]. На рис. 3 показана фізична модель двостадійного реологічного перетворення.

До таких процесів можна віднести енерго-масообмінні процеси, наприклад, процеси абсорбції, десорбції, ректифікації тощо. Багатостадійні реологічні процеси, як правило, мають місце в шлунково-кишковому тракті та серцево-судинній системі тіла при наявності хімічних перетворень. На рис. 4 показана чотиристадійна фізична модель при наявності одностадійної хімічної реакції. Першим реологічним переходом може бути процес перемішування харчових компонентів у шлунку, другим – процес нагрівання реакційних компонентів джерелом тепла за рахунок екзотермічного розкладання реакційних компонентів і кровоносна система, третім – процес масоперенесення концентрації реагуючих компонентів у шлунку й четвертим – процес хімічного перетворення, який може бути як екзотермічним, так і ендотермічним.

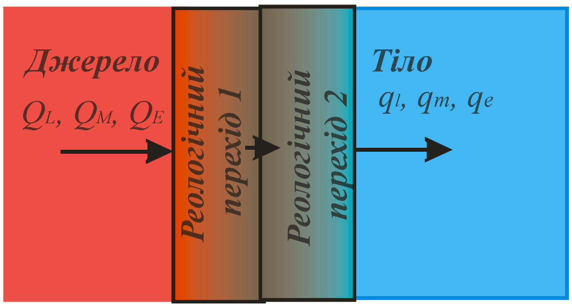

Рисунок 3 – Процес перенесення з двома реологічними переходами

При багатостадійних реологічних хімічних перетвореннях проміжні продукти створюють нові реологічні перетворення. Для таких процесів характерним є те, що стоками можуть бути як проміжні продукти, так і кінцевий продукт багатостадійного хімічного перетворення.

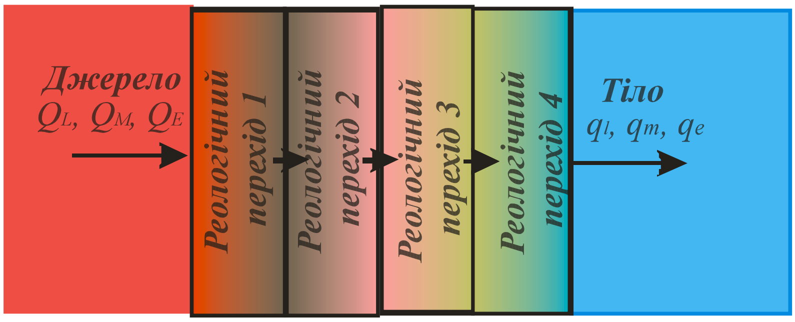

Рисунок 4 – Процес перенесення з чотирма реологічними переходами

Узагальнена математична модель явищ перенесення

На кожному реологічному переході імпульс вхідної величини зменшується, а вихідної – збільшується. У загальному випадку кожний реологічний перехід являє собою деяку інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака, як показано на рис. 5, де позначено: Q, Q_0 - поточна та початкова концентрації; q, q_0 - поточна та кінцева кількість імпульсу; $Q = f(z,t)$ - функція зміни концентрації; $q = f(z,t)$ - функція зміни концентрації; z - впливовий фактор або сукупність впливових факторів; t - час реологічного переходу; z_1, t_1 - параметри початку реологічного переходу; z_2, t_2 - параметри кінця реологічного переходу.

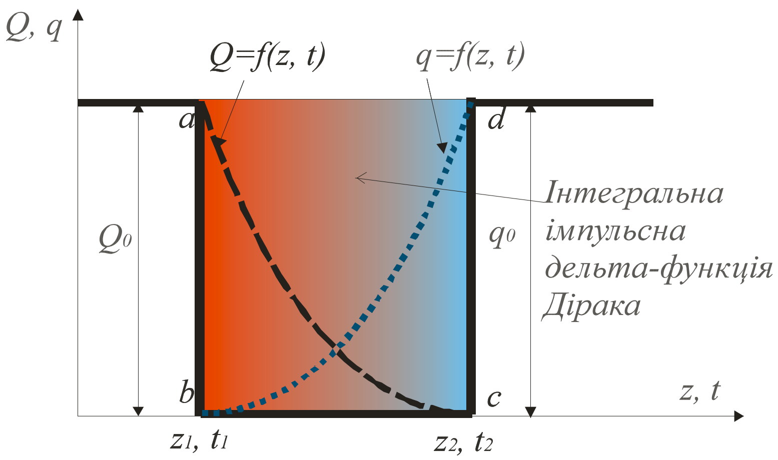

Рисунок 5 – Графічне зображення зони реологічного переходу

У загальному випадку $q \neq Q$, а час реологічного переходу $\theta = t_2 - t_1$. Площина, яка обмежена точками a, b, c, d, є інтегральною імпульсною дельта-функцією Дірака з ядром у форму деякої функції, яка описує процеси, котрі проходять в зоні реологічного переходу. Так як всередині інтегральної імпульсної дельта-функції Дірака, як правило, знаходяться дві криві реологічного переходу – крива зміни того чи іншого явища перенесення (кількості руху, маси та енергії) $Q = f(z, t)$ і крива стоку процесу перетворення $q = f(z, t)$, то завжди виконуватиметься баланс кількості руху, маси та енергії, тобто

$$\overline{Q}(\bar{z}, \theta) = \overline{\varphi}(\bar{z}, \theta) \cdot \bar{v}(\bar{z}, \theta) + \bar{q}(t), \tag{15}$$

де $\overline{\varphi}(\bar{z}, \theta)$ - вектор перенесення потенціалу; $\bar{z}$ - вектор напрямку руху перенесення; $\bar{v}(\bar{z}, \theta)$ - вектор швидкості перенесення.

Так як процеси явищ перенесення кількості руху, маси та енергії незворотні, то їх можна показати у формі реологічних переходів, як показано на рис. 6, *а*. На цьому рисунку показаний найпростіший варіант одномірного реологічного переходу, коли імпульс джерела $Q = Q_0 = const$. Такий процес може мати місце при нагріванні тіла, розчиненні твердих речовин, змішуванні рідин з різними концентраціями тощо. На рис. 6, *б* приведений графік НРП зміни вхідного параметра $Q(z, \theta)$ за деякою координатою зони z реологічного переходу. При $z = z_1$ значення параметра $Q(z_1, \theta) = Q_0$, а при $z = z_2$ - $Q(z_2, \theta) = Q_k$, де Q_0, Q_k - початкове та кінцеве значення вхідного визначального параметра. Так як у зоні реологічного переходу (ЗРП) визначальний параметр $Q(z, \theta)$ змінюється від Q_0 до Q_k за відповідним законом (Фур’є, Фіка чи Ньютона), то згідно з [3, 4] такий процес перенесення визначального параметра можна описати рівнянням вигляду

$$\frac{Q(z, \theta) - Q_k}{Q_0 - Q_k} = \operatorname{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\xi \cdot \theta}}\right), \tag{16}$$

де ξ - коефіцієнт перенесення визначального параметра (для перенесення теплоти – коефіцієнт температуропровідності, для перенесення маси – коефіцієнт дифузії).

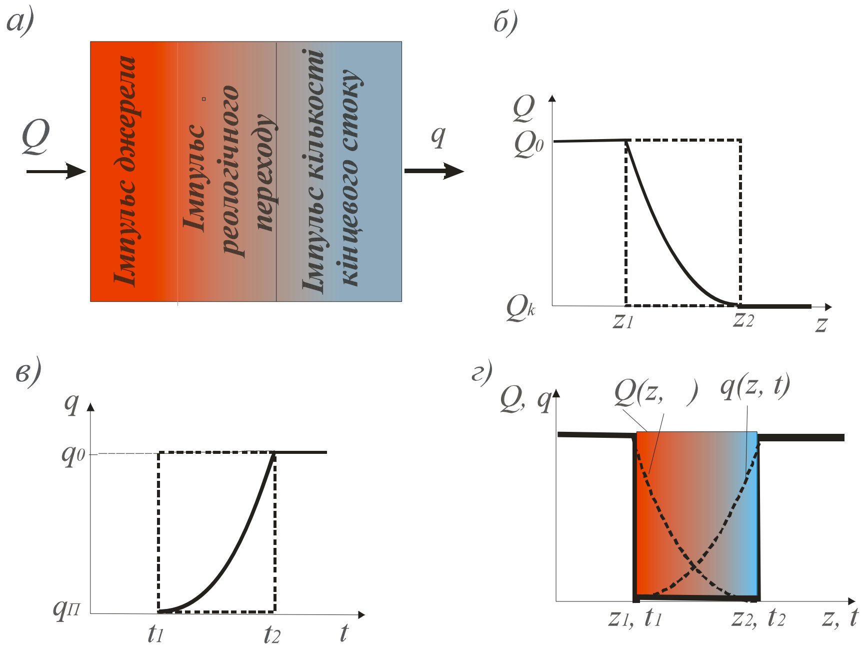

Рисунок 6 – Фізична модель (*а*) і графіки незворотних реологічних переходів (НРП): *б*) – графік НРП імпульсу кількості притоку від джерела; *в*) – графік незворотного імпульсу кінцевого стоку; *г*) – графік інтегральної імпульсної $\delta -$ функції Дірака

У зоні реологічного переходу (ЗРП) вихідний визначальний параметр змінюється від деякого початкового значення $q(z,t)=q_{П}$ до максимального $q(z,t)=q_0$ за законом, який визначається процесом реологічного перетворення, залежить від потенціалу перенесення, швидкості, просторової координати та інших параметрів перенесення як тиск, в'язкість, густина тощо (рис. 6, *в*). Крива $q(z,t)=f(z,t)$ формує стік вихідного визначального параметра, який може змінюватися від $t=t_1\geq 0$ до $t=t_2\leq\infty$. Наприклад, такий процес може бути описаний таким диференціальним рівнянням інтегруючої динамічної ланки другого порядку

$$\tau_2^2\frac{d^3q(z,t)}{dt^3}+\tau_1\frac{d^2q(z,t)}{dt^2}+\frac{dq}{dt}=kQ(z,\theta), \tag{17}$$

де τ_1,τ_2 - деякі сталі часу реологічного перетворення; k - коефіцієнт перетворення.

Для ламінарних потоків руху рідин можна прийняти, що прискорення руху незначне. Тоді $\rho D\nu/D\theta=0$ і система рівнянь (2) - (4) з врахуванням (17) приводиться до наступної системи нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases}\dfrac{d\rho}{d\theta}+(\rho\nabla\nu+\nu\nabla\rho)=\sum\limits_{i=0}^{n}\tau_i^i\dfrac{d^{i+1}\rho}{dt^{i+1}}; & (18)\\ \\ \rho c_p\dfrac{dE}{d\theta}+\nabla k\nabla E+\beta E\dfrac{dp}{d\theta}+\mu\Phi+q'''=\sum\limits_{i=0}^{n}\tau_i^i\dfrac{d^{i+1}E}{dt^{i+1}}. & (19)\end{cases}$$

де n - кількість фазових реологічних переходів; τ_i^i - сталі часу стоку результату реологічного перетворення.

Висновки

Система рівнянь (18) - (19) являє собою математичну модель енерго-масоперенесення в біологічному організмі, яка є функцію ядра інтегральної імпульсної дельта-функції Дірака. Ліва частина цих рівнянь описує процес конвекційно-кондуктивного перенесення з часом θ, а права – процес стоку результату реологічного перетворення з часом t. Час стоку t може дорівнювати або бути більшим часу θ, але ніколи не меншим. Рівняння (18) і (19) виключають парадокс про безмежність швидкості перенесення, що є важливим при дослідженні реальних процесів енерго-масоперенесення. Так як ці рівняння описують процеси енерго-масоперенесення в області інтегральної імпульсної дельта-функції Дірака, то на границях цієї функції (див. рис. 5, границі a-b I c-d) похідні за визначальним параметром перенесення дорівнюють нулю. Для цих границь $\frac{d\rho}{d\theta}=\frac{d\rho}{dt}=0$ і $\frac{dE}{d\theta}=\frac{dE}{dt}=0$, що може бути однією з умов аналітичного розв'язку нелінійних диференціальних рівнянь (18) і (19).

Література

1) Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. – М.: Хмиия, 1974. – 688 с.
2) Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967.–599 с.
3) Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло-и массообмена. - М.: Госэнергоиздат, 1962. – 562 с.
4) Вайнберг А.М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. – Москва-Иерусалим, 2009. – 210 с.
5) Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетики. – М.: Наука, 1987. - 502.
6) Стенцель Й.І. Фотоколориметричні газоаналізатори. Монографія. – К.: ІСДО. 1995. – 126 с.
7) Стенцель Й.І. Математичне моделювання хімічних процесів на основі теорії реологічних переходів. Вісник Східноук.нац університету. Науковий збірник. №5 (111),.Ч.2.- 2007. – с.91-97.
8) химической кинетики. – М.: Наука, 1987. -502.
9) Кафаров В.В. Основы массопередачи. – М.: Высш.шк., 1962. – 416 с.
10) Рамм В.М. Абсорбционые процессы в химической промышленности. – М.: Госхимиздат, 1951. – 386 с.

11) Хоблер Т. Теплопередача и теплообмінники. – Л.: Гос.наук.-техническое узд-во хим. лит, 1961. – 820 с.

12) Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Пер. С англ..- М.: Издат инлит, 1961. – 929 с.

13) Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. С нем. – М.: Наука, 1969. – 742 с.

14) Маделунг Э. Математический аппарат физики. Пер. С англ.. – М.: Физматгиз, 1968. – 618 с.

15) Вайнберг А.М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. – Москва-Иерусалим, 2009. – 210 с.

Відомості про авторів

Стенцель Йосип Іванович – докт. техн.. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління Технологічного інституту Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля.

Павлов Сергій Володимитрович - докт. техн.. наук, професор, завідувач кафедри загальної фізики та фотоніки Вінницького національного технічного університету. 21021, м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет, вул. Хмельницьке шосе 95.

Азаров Олексій Дмитрович – докт. техн.. наук, професор, завідувач кафедри обчислювальної техніки, 21021, м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет, вул. Хмельницьке шосе 95

Петросян Лілія Іванівна – науковий співробітник кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління Технологічного інституту Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля.