

УДК 519.254: 621.317

П. Ф. ЩАПОВ, Р. П. МИГУЩЕНКО

НТУ «Харьковский политехнический институт», г. Харьков

**СИНТЕЗ ДВУМЕРНЫХ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ КОВАРИАЦИОННОМ АНАЛИЗЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВИБРОСИГНАЛОВ**

**Анотація.** Представлені результати ковариційного аналізу неперервного вейвлет-перетворення спектрально-нестационарних вібросигналів. Запропонована модель кусочно-лінійної апроксимації любого з перетину трьохмірного вейвлет-зображення послідовностями регресій з випадковими коефіцієнтами, дисперсійний аналіз яких дозволяє виділити чотири критеріальні двомірні статистики Фішера, які залежать або від зсуву, або від масштабу. Відображено, що максимально інформативними для завдань вібраційної діагностики є F-статистики, залежні від масштабу. Отримані F-статистики, будучи випадковими величинами з відомим законом розподілу, дозволяють перейти від якісної оцінки вимірювальних характеристик до кількісної і оцінити ймовірності помилок діагностики на базі стандартних параметричних моделей.

**Аннотация.** Представлены результаты ковариационного анализа непрерывного вейвлет-преобразования спектрально-нестационарных вибросигналов. Предложена модель кусочно-линейной аппроксимации любого из сечений трехмерного вейвлет-изображения последовательностями регрессий со случайными коэффициентами, дисперсионный анализ которых позволяет выделить четыре критеріальні двумерные статистики Фишера, которые зависят либо от сдвига, либо от масштаба. Отражено, что максимально информативными для задач вибрационной диагностики являются F-статистики, зависящие от масштаба. Полученные F-статистики, являясь случайными величинами с известным законом распределения, позволяют перейти от качественной оценки измерительных характеристик к количественной и оценить вероятности ошибок диагностики на базе стандартных параметрических моделей.

**Abstract.** Results of the kovariatsionny analysis of continuous veyvlet-transformation of spectral and non-stationary vibrosignals are presented. or from scale. The model of piecewise and linear approximation of any of sections of the three-dimensional veyvlet-image by sequences of regressions with the casual coefficients which dispersive analysis allows to allocate Fischer's four criteria two-dimensional statisticians who depend either on shift, or on scale is offered. Reflected that as informative for problems of vibration diagnostics are F-statistics that depend on the scale. The resulting F-statistic, as random variables with known distribution law, allow you to go from a qualitative assessment to quantitative measurement characteristics and evaluate the probability of error diagnosis based on standard parametric models.

**Введение**

Вейвлет-анализ случайных сигналов, содержащих диагностическую информацию об изменениях в состоянии сложного физического объекта, наиболее эффективен тогда, когда сигналы отличаются локализацией спектральной нестационарности. Визуальное различие трехмерных графических моделей вейвлет-преобразования сигнала для разных состояний объекта диагностики – яркий пример информационной избыточности трехмерного вейвлет-изображения. Однако, выделение в такой трехмерной модели информативных по видам состояний объекта, параметров, меняющихся, как свою максимальную величину, так и ее положение на плоскости «сдвиг-масштаб» – задача сложная. Главная проблема обеспечения статистически приемлемых, для параметрического тестирования вероятностных свойств информационных параметров, как случайных функций только одной (либо масштаб, либо сдвиг) переменной. Замена трехмерного вейвлет-изображения амплитуд спектральных составляющих случайного сигнала двумерными изображениями нескольких (от двух до четырех) информативных параметров упростит дискриминацию состояний объекта диагностики. Более того, появляется возможность автоматизации процедур не визуального, а количественного распознавания визуально-неразличимых трехмерных вейвлет-изображений, относящихся к различным состояниям объекта. Такое распознавание возможно, если информативные двумерные параметры содержат информацию о соотношениях между систематической и случайной составляющими амплитуды для любой точки трехмерного вейвлет-изображения. Это позволяет совместно контролировать не только огибающую его поверхности, но и спектральную плотность сигнала в локальных зонах наблюдения последнего.

Применение вейвлет-анализа существенно расширило возможности в получении новой, фактически дополнительной информации, недоступной при других подходах в задачах распознавания состояний сложных объектов различной физической природы. Графическая интерпретация информационной составляющей вейвлет-изображений различной мерности (вплоть до дисперсии вейвлет-коэффициентов) широко используется в практических приложениях исследовательских научных разработок в странах СНГ [1, 2] и дальнего зарубежья [3, 4, 5].

Достаточно эффективными подходами к сжатию трехмерных вейвлет-изображений являются использование двумерных контурных детекторов (метод Канни) [2, 5], мультимасштабные методы выделения контурных двумерных моделей [6, 7]. Однако такие подходы обеспечивают получение информации в качественном, а не количественном выражении. Если же рассматривать методы получения количественно выраженной информации, то информативные параметры – одномерны и информационно ограничены. В основном, это дисперсии вейвлет-коэффициентов [8] или классические методы сжатия данных для задач архивизации [9].

**Цель статьи**

Описание статистического подхода к синтезу информативных параметров вейвлет-изображения, как статистик дисперсионного отношения Фишера, позволяющих планировать контроль локализованных спектральных изменений случайных вибрационных измерительных сигналов.

### Ковариационная модель вейвлет-изображения

Пусть  $X(t)$  – случайный сигнал, который содержит измерительную информацию в форме спектральных изменений, включая изменения своей дисперсии во времени. Прямое непрерывное вейвлет-преобразование осуществляет перевод исходного сигнала в набор вейвлет-коэффициентов в координатах масштаба и смещения. Такое преобразование выполняется согласно выражения:

$$W_{\Psi}(a, b)X = \frac{1}{\sqrt{C_{\Psi}}} \int \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) X(t) dt, \quad (1)$$

где  $W_{\Psi}(a, b)X$  – вейвлет-коэффициенты,  $\Psi(t)$  – материнский вейвлет,  $a$  и  $b$  – параметры, определяющие соответственно масштаб (частота) и смещение (время) функции  $\Psi(t)$ ,  $C_{\Psi}$  – нормировочный множитель.

Для восстановления исходного сигнала по известным вейвлет-коэффициентам, используется обратное непрерывное вейвлет-преобразование:

$$X(t) = \frac{1}{\sqrt{C_{\Psi}}} \iint \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) [W_{\Psi}(a, b)X] \frac{dadb}{a^2}. \quad (2)$$

Для непосредственного вычисления вейвлет-коэффициентов, интегралы (1, 2), описывающие прямое и обратное вейвлет-преобразования, могут быть представлены в виде суммы, взятой по дискретному набору масштабов. Несмотря на дискретность набора, подобное представление обеспечивает достаточно точное приближение вейвлет-коэффициентов.

Обозначим как  $x(t)$  – реализацию сигнала  $X(t)$ , полученную в ходе измерений в моменты  $t_1, \dots, t_i, \dots, t_N$ . Осуществим непрерывное вейвлет-преобразование реализации  $x(t)$  в соответствии с математической моделью [10]:

$$W_{g_k}(a, b)x = \frac{a}{\sqrt{C_{g_k}|a|}} \sum_{i=1}^N x_i \left[ g_{k-1}\left(\frac{t_{i-1}-b}{a}\right) - g_{k-1}\left(\frac{t_i-b}{a}\right) \right], \quad (3)$$

где  $W_{g_k}(a, b)x$  – вейвлет-коэффициенты, которые вычислены при помощи гаусовского вейвлета  $k$ -го порядка,  $g_{k-1}(t)$  – гаусовский материнский вейвлет  $(k-1)$ -го порядка,  $C_{g_k}$  – нормировочный множитель,  $x_i$  – отсчеты реализации  $x(t)$  в моменты времени  $t_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

Математическая модель (3) является моделью трехмерных наблюдений характеристик  $W_{g_k}(a, b)x = Y$ ,  $a$  и  $b$ . Их взаимосвязь, а также взаимная межгрупповая изменчивость определяются особенностями спектральной нестационарности сигнала  $x(t)$  на всем интервале  $[t_1, t_N]$  его наблюдения.

Трехмерную модель (3) можно заменить конечным множеством двумерных моделей

$$\{Y_{jl} = F_a[a_j | b_l = \text{const}] + \delta_{jl}\}_{l=1}^L, \quad (4)$$

$$\{Y_{jl} = F_b[b_l | a_j = \text{const}] + \varepsilon_{jl}\}_{j=1}^J. \quad (5)$$

Функции  $F_a$  и  $F_b$  это неслучайные функции (тренды), а  $\delta_{jl}$  и  $\varepsilon_{jl}$  – случайные величины (случайные остатки). Функции  $F_a$  и  $F_b$  можно оценить, представив их последовательностями линейных регрессий со случайными коэффициентами. Дисперсионный анализ таких последовательных случайных регрессий (групп двумерных наблюдений) позволяет выявить статистически значимые аддитивные и мультипликативные изменения трендов на фоне неустраняемых шумов (случайных остатков).

Критериальные  $F$ -статистики такого анализа, построенные на отношениях дисперсий систематического и случайного (остаточного) изменений вейвлет-коэффициентов,  $Y_{jl}$  несут информацию об усредненных, на интервалах двумерных наблюдений геометрических параметрах всего трехмерного вейвлет-изображения в координатах  $Y$ ,  $a$  и  $b$ . Теория дисперсионного анализа случайных регрессий (ковариационный анализ [11]) выделяет четыре независимые  $F$ -статистики, позволяющие тестировать на статистическую значимость независимые составляющие дисперсионного разложения вейвлет-коэффициентов  $Y_{jl}$  по сечениям  $a$  и  $b$  трехмерного вейвлет-изображения модели (3).

Плотности распределения вероятностей  $F$ -статистик известны. Это либо центральные, либо нецентральные  $F$ -распределения, число степеней которых определяется планом ковариационного анализа (количеством регрессий, общим числом отсчетов по осям  $a$  и  $b$ , количествами отсчетов по группам двумерных наблюдений, уровнем значимости  $\alpha$  принятия решений, видом модели односторонней классификации групп наблюдений).

Рассмотрим общий вид любой из двумерных моделей множеств (4) или (5) в форме кусочно-линейной, по математическому ожиданию, последовательности  $k$ -групп двумерных наблюдений

$$Y_{si} = A_s + B_s z_{si} + \Delta_{si}, \quad (6)$$

где  $s$  – номер группы наблюдений, для которой оцениваются коэффициенты  $A_s$  и  $B_s$  частной (групповой) регрессии;  $s = \overline{1, K}$ ;  $i$  – номер наблюдения в  $s$ -той группе;  $i = \overline{1, n_s}$  (причем,  $\sum_{s=1}^K n_{s_k} = J$  для модели (4), в которой  $l = \text{const}$  и  $\sum_{s=1}^K n_{s_k} = L$  для модели (5), в которой  $j = \text{const}$ );  $n_s$  – число наблюдений в  $s$ -той группе;  $\Delta_{si}$  – случайный остаток, соответствующий либо остатку  $\delta_{jl}$  (модель (4)), либо остатку  $\varepsilon_{jl}$  (модель (5)).

Требования к случайным остаткам  $\Delta_{si}$  стандартны [11]: 1) нулевые матожидания; 2) постоянство остаточной дисперсии; 3) отсутствие взаимной корреляции; 4) нормальность закона распределения вероятностей. Выполнение первого требования обеспечивается использованием метода наименьших квадратов при оценивании коэффициентов  $A_s$  и  $B_s$ , а из оставшихся требований главным является второе. Требования 3) и 4) для ковариационного анализа большой роли не играют [11].

Дисперсионное разложение общей суммы квадратов отклонений  $Y_{si}$  в модели (6)

$$Q = \sum_{s=1}^K \sum_{i=1}^{n_s} (Y_{si} - \bar{Y})^2$$

от общего среднего  $\bar{Y}$  включает пять составляющих

$$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_\Delta, \quad (7)$$

из которых  $Q_\Delta$  – остаточная сумма, отвечающая за неустраняемый случайный шум трехмерного вейвлет-изображения. За локальные внутригрупповые геометрические особенности изображения отвечают суммы  $Q_1$ ,  $Q_2$  (частные аддитивные смещения) и  $Q_3$  (мультипликативные изменения). Сумма  $Q_0$  характеризует общее линейное изменение средних значений  $Y_{si}$  при монотонных

изменениях  $j$  (модель (4)) и  $l$  (модель (5)).  $F$ -статистики, величина которых отражает статистическую значимость систематических (общего и локальных) изменений рельефа вейвлет-изображения по сечениям  $a$  и  $b$  (масштаб и смещение), определяются дисперсионными отношениями [11]

$$F_0 = \frac{Q_0}{Q_\Delta} (N - 2k), \quad (8)$$

$$F_1 = \frac{Q_1}{Q_\Delta} (N - 2k), \quad (9)$$

$$F_2 = \frac{Q_2}{Q_\Delta} \left( \frac{N - 2k}{k - 2} \right), \quad (10)$$

$$F_3 = \frac{Q_3}{Q_\Delta} \left( \frac{N - 2k}{k - 1} \right), \quad (11)$$

Поскольку суммы дисперсионного разложения (7)  $Q_0 \div Q_3$ ,  $Q_\Delta$  зависят от реализаций  $Y_{Si}$  вейвлет-коэффициентов  $Y_{jl}$ -двумерных моделей (4) и (5), то  $F$ -статистики (8) – (11) – это функции либо аргумента  $a$  (масштаб), либо  $b$  (смещение).

#### Результаты экспериментальных исследований

Для проверки эффективности математических моделей ковариационного анализа случайных зависимостей вейвлет-коэффициентов от значения параметров  $a$  и  $b$  (3) были проанализированы два класса вибросигналов (по 64 реализации в каждом), несущих информацию о состоянии топливной системы дизельных агрегатов Д80 тепловозов ТГМ4.

На рис. 1 представлены выходные вибросигналы пьезоэлектрического акселерометра АП-18, установленного на трубку топливного насоса высокого давления дизельного агрегата для двух состояний форсунки а) – рабочей (в нормальном состоянии) и б) – с неисправностью («ляющая» форсунка).

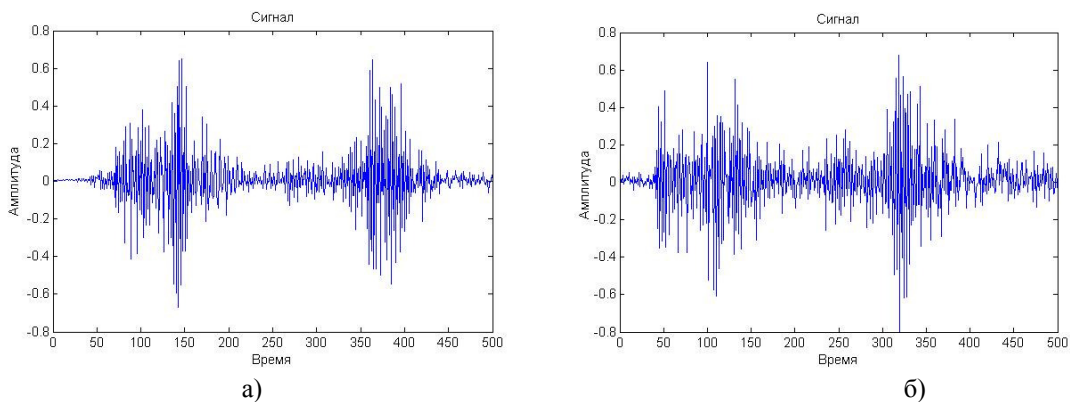


Рисунок 1 – Вибросигналы, соответствующие рабочему и неисправному состоянию форсунки дизельных агрегатов

Непрерывные вейвлет-преобразования этих сигналов, осуществленные в соответствии с математической моделью (1), представлены на рис. 2. Вариант а) соответствует рабочему состоянию, б) – с функциональным нарушением в работе форсунки. На рис. 3 представлены соответствующие варианты а) и б), которые являются двумерными проекционными моделями трехмерных вейвлет-изображений из рис. 2 а), б).

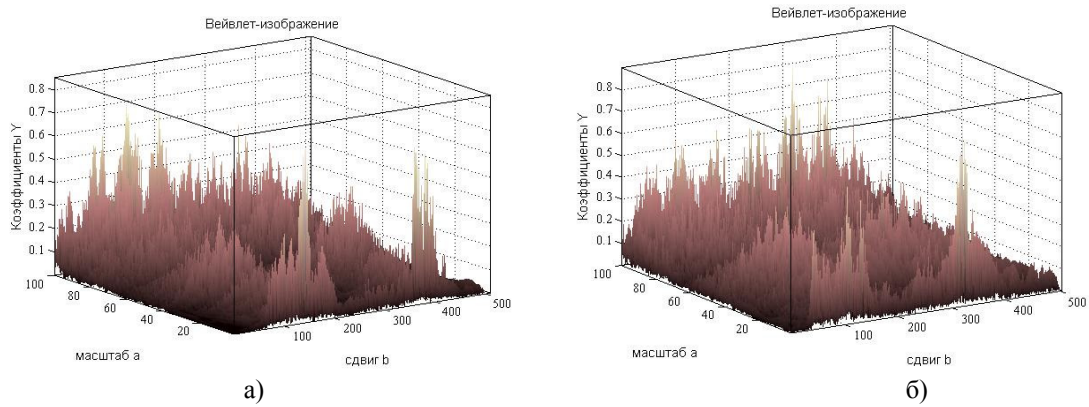


Рисунок 2 – Вейвлет-ізображення, відповідні робочому і несправному стану форсунки дизельних агрегатів

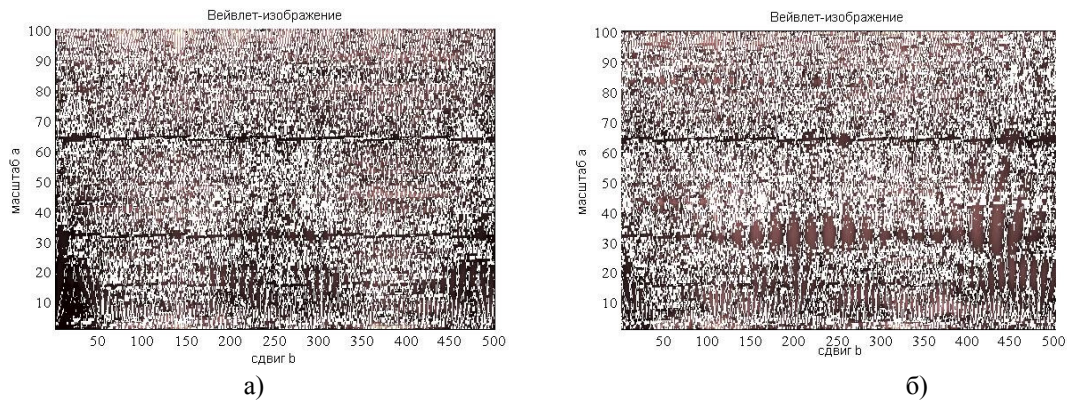


Рисунок 3 – Двумірні проєкційні моделі вейвлет-ізображень, відповідні робочому і несправному стану форсунки

На рис. 4–7 (варіанти а), б)) представлені  $F$ -статистики коваріаційного аналізу для реалізацій на рис. 2, розраховані за рівняннями (8) – (11), які несуть кількісну інформацію про складові дисперсійного розкладання (7). Ці рисунки наочно ілюструють можливість кількісного отримання вимірної інформації про стан функціонального стану об'єкта вібраційної діагностики. Варіанти а) і б) рис. 4–7 відрізняються не тільки максимальними значеннями  $F$ -статистик (в 2 – 4 рази), але й конфігурацією функціональних залежностей, відповідних  $F$ -статистик від значень масштабу  $a$ .

Аналогічні залежності отримані для  $F$ -статистик, залежних від значень зсуву  $b$ .

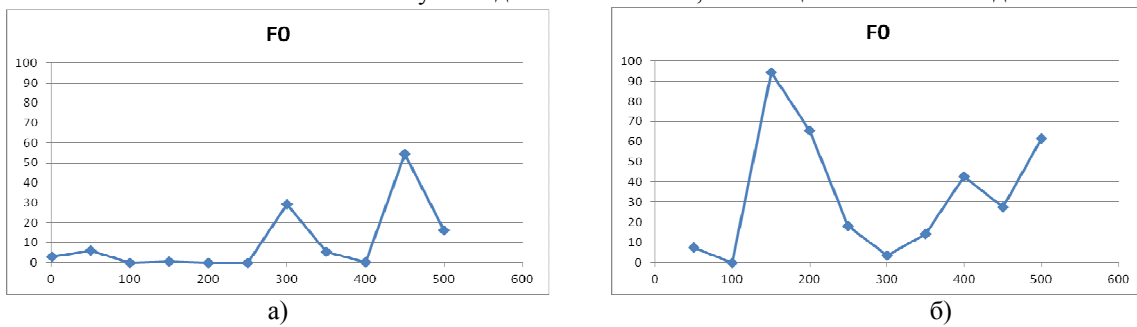


Рисунок 4 – Реалізація статистики  $F_0$  для робочого і несправного стану форсунки дизельних агрегатів

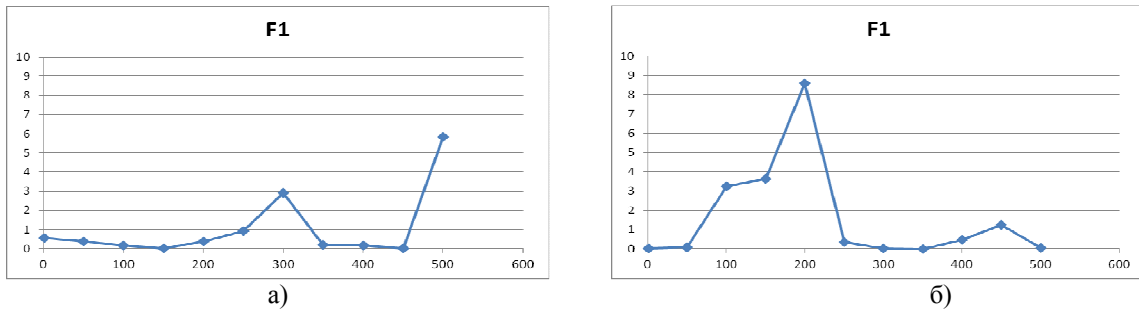


Рисунок 5 – Реализация статистики  $F_1$  для рабочего и неисправного состояния форсунки дизельных агрегатов

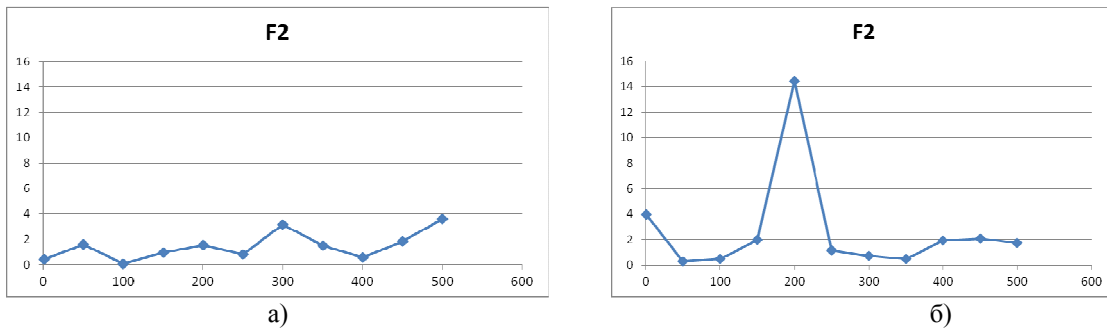


Рисунок 6 – Реализация статистики  $F_2$  для рабочего и неисправного состояния форсунки дизельных агрегатов

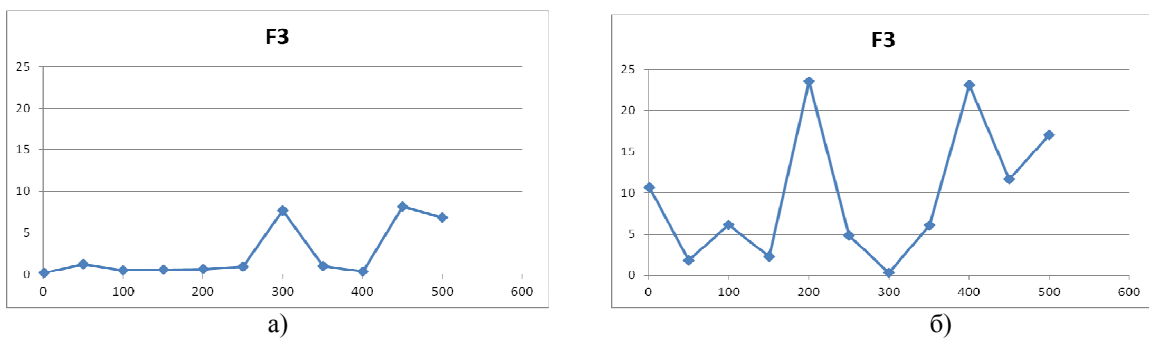


Рисунок 7 – Реализация статистики  $F_3$  для рабочего и неисправного состояния форсунки дизельных агрегатов

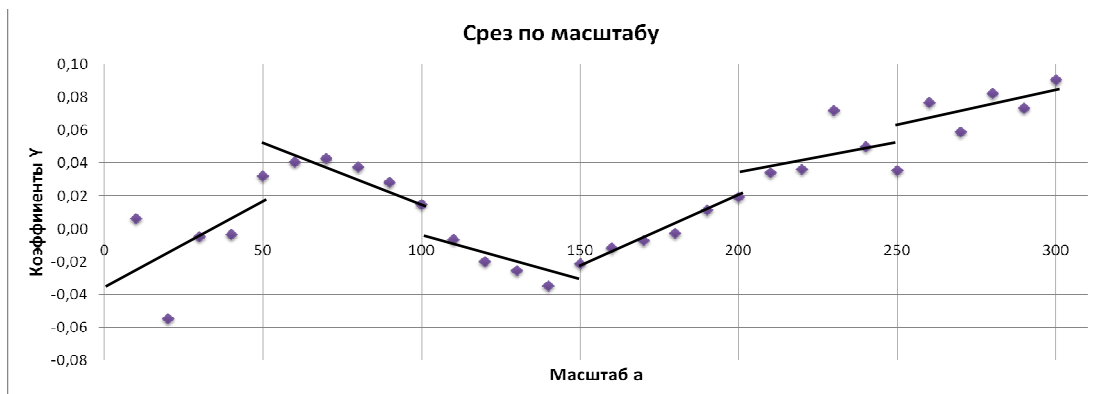


Рисунок 8 – Кусочно-линейная аппроксимация последовательности вейвлет-коэффициентов регрессии со случайными параметрами

На рис. 8 показан пример кусочно-линейной по математическому ожиданию аппроксимации последовательности вейвлет-коэффициентов регрессиями со случайными параметрами. Такие аппроксимации характерны для любого из сечений трехмерного вейвлет-изображения при ковариационном анализе последовательности вейвлет-коэффициентов.

#### Выводы

1. Доказана эффективность статистического подхода для анализа трехмерной модели вейвлет-преобразования спектрально-нестационарных вибрационных сигналов. Такой анализ позволяет уменьшить размерность вейвлет-изображения, выделив при этом четыре информативных критериальных  $F$ -статистик дисперсионных отношений, имеющих значимое функциональное различие по видам состояния объекта вибрационной диагностики.

2. Полученные  $F$ -статистики, являясь случайными величинами с известным законом распределения, позволяют оценить вероятности ошибок диагностики на базе стандартных параметрических моделей дискриминантного анализа.

3. Ковариационный анализ вейвлет-преобразований позволяет планировать измерения для локализованных во времени спектрально-нестационарных вибрационных сигналов.

#### Список литературы

- 1) Дремин И.М. Вейвлеты и их использование / И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло // УФН. – 2001. – Т.171. – №5. – С.465-501.
- 2) Кветний Р.Н. Метод виділення контурів на основі вейвлет-перетворення з використанням двовимірних фільтрів // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2010. – №3. – С.26-34.
- 3) Meyer Y Wavelets: Algorithms and Applications (Philadelphia: SIAM, 1993).
- 4) Wavelets: An Elementary Treatment of Theory and Applications (Ed T Koornwinder) (Singapore: World Scientific, 1993).
- 5) Jun Li. A Wavelet Approach to Edge Detection: a thesis to The Department of Mathematics and Statistics in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in the subject of Mathematics / Jun Li. – Huntsville, Texas, 2003. – 80 с.
- 6) Антошук С.Г. Иерархический подход при контурном анализе изображений / С.Г. Антошук, О.В. Бабилунга, А.А. Николенко, Е.В. Ткаченко // Штучний інтелект. – 2005. – №3. – С.603-609.
- 7) Jianjia Pan. Edge Detection Combining Wavelet Transform and Canny Operator Based on Fusion Rules / Jianjia Pan // International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Baoding. – 2009. – С.324-328.
- 8) Thurner S, Feurstein M C, Teich M C Phys. Rev. Lett. 80 1544 (1998).
- 9) Antonini M, Barlaud M, Mathieu P, Daubechies I IEEE Trans. On Image Process. 1 205 (1992).
- 10) G. Ososkov, A. Shitov. Gaussian Wavelet Features and their Applications for Analysis of Discretized Signals. — Computer Physics Communications, vol. 126 (2000), pp. 149–157.
- 11) Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента / Н. Джонсон, Ф.Лион; пер. с англ. под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1981. – 520 с.

#### Відомості про авторів

**Щапов Павел Федорович**, д.т.н., профессор кафедры ИИТС, НТУ «Харьковский политехнический институт», Харьков.

**Мигущенко Руслан Павлович**, к.т.н., доцент кафедры ИИТС, НТУ «Харьковский политехнический институт», Харьков.