УДК 62-503.57

Ю. М. КОВРИГО , Т. Г. БАГАН

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", м. Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИНТЕЗУ РОБАСТНОГО H∞-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ТЕПЛОЕНЕРГЕТИЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Анотація. У статті запропоновано математичну модель синтезу H∞-регулятора для системи керування теплоенергетичного об'єкта. Для реалізації управління теплоенергетичними об'єктами застосовано алгоритм синтезу H∞-керування шляхом 2-Ріккаті підходу, завдяки чому розраховано субоптимальний робастний регулятор. Цей алгоритм може бути використаний для аналітичного синтезу робастної АСУ.
Ключові слова: робастні системи, H∞-керування, субоптимальний робастний регулятор.
Аннотация. В статье предложена математическая модель синтеза H∞-регулятора для системы управления теплоэнергетического объекта. Для реализации управления теплоэнергетическими объектами применен алгоритм синтеза H∞-управления путем 2-Риккати подхода, благодаря чему рассчитан субоптимальный робастный регулятор. Этот алгоритм может быть использован для аналитического синтеза робастной АСУ.
Ключевые слова: робастные системы, H∞-управление, субоптимальный робастный регулятор.
The Abstract. The paper proposes mathematical model of synthesis of H ∞-controller for power system control object. For implement management of heat and thermal power objects applied algorithm H∞-control by 2-Riccati approach, thus calculated suboptimal robust controller. This algorithm can be used for analytical synthesis of robust analytical process control.
Key words: robust systems, H∞- control, suboptimal robust controller.

Вступ

Практика застосування теорії оптимальних систем при розв'язанні конкретних технічних задач показала, що оптимальні системи, які синтезовані за квадратичним критерієм якості, чутливі до параметрів моделі реального об'єкта і характеристик вхідних збурень, тобто є негрубими. Такі системи іноді втрачають не тільки оптимальність, але й роботоздатність, зокрема в тих випадках, коли апріорна інформація про об'єкт та зовнішнє середовище відома не точно, а лиш з деякою достовірністю. Модель реальної фізичної системи завжди буде неточною через такі фактори: зміна параметрів моделі в різних технологічних обставинах; спрощення динамічних властивостей при побудові моделі; збільшення або повне неврахування часового запізнення в системі; шум датчиків (наявні перешкоди); непередбачувані зовнішні збурення. У цьому випадку для забезпечення тривалої і якісної роботи системи доцільно вдатися до побудови робастної системи.

Теплоенергетичні об'єкти регулювання характеризуються великою кількістю зв'язків між окремими елементами, відчутним запізнюванням, великою кількістю зовнішніх і внутрішніх збурень, частина з яких недосяжна для контролю, і жорсткими вимогами щодо величин допустимих відхилень параметрів від заданих значень.

Метою синтезу робастної системи є гарантія забезпечення заданої якості її роботи незалежно від неврахованих впливів та змін параметрів моделі. Робастна система забезпечує необхідну якість керування, навіть при суттєвих невизначеностях в характеристиках об'єкта управління та неконтрольованих зовнішніх збуреннях. Така система компенсує шум датчика, непередбачувані збурення та невраховані параметри об'єкта керування, які можуть змінюватися (рис. 1). Всі ці фактори можуть бути значними, отже синтезована система має зберігати задану якість.

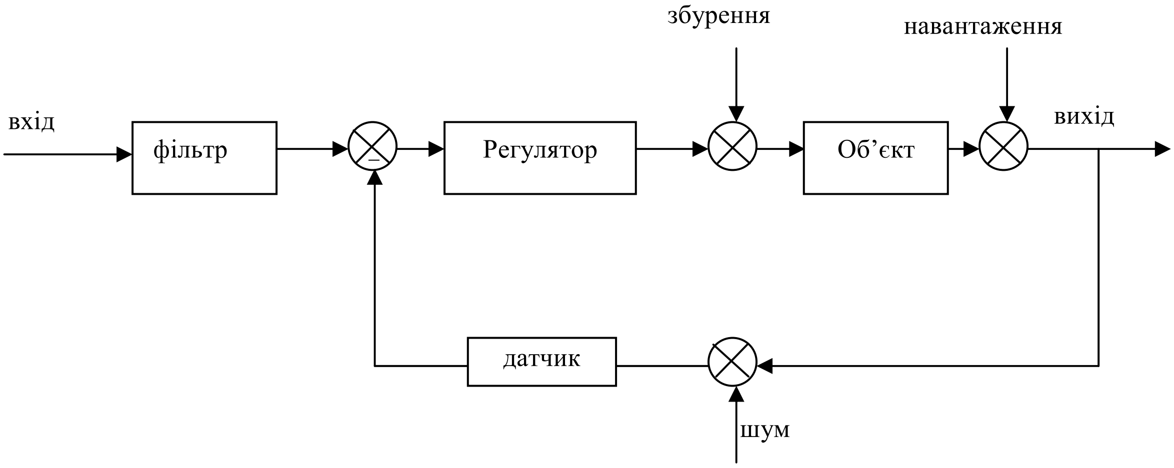

Рисунок 1 – Структурна схема системи керування з потенційними невизначеностями

Постановка проблеми

Фізичні процеси, які відбуваються в теплоенергетичних об’єктах, роблять систему автоматичного керування такими об’єктами складною, багатозв’язною системою. Тому досягнення їх якісного та тривалого керування дотепер є досить складним та актуальним завданням.

Дана стаття присвячена синтезу робастної системи управління методом H∞, в умовах невизначеності, які характерні для теплоенергетичних об’єктів. Основна і принципово нова ідея по синтезу робастного керування полягає в тому, щоб єдиним регулятором забезпечити стійкість замкнутої системи не тільки для номінального (без урахування помилок моделі) об’єкта, але й для будь-якого об’єкта, що належить множині «збурених» об’єктів, які відповідають конкретному класу невизначеності.

Аналіз шляхів розв’язання задачі

Для побудови робастної системи управління теплоенергетичними об’єктами застосовували різноманітні методи синтезу регуляторів, а саме: побудову різного роду адаптивних систем [1], керування за допомогою лінійно-квадратичного гауссовського (ЛКГ) регулятора [2], H2-метод синтезу [3], H∞-керування класичного підходу [4]. Однак такі процедури або не повністю враховують всі зміни системи, або є досить громіздкими та трудомісткими.

У 1989 році на основі ряду ключових результатів була сформована нова концепція підходу до вирішення задачі H∞-оптимізації, що отримала назву «2-Ріккаті підходу». Його суть полягала в тому, що оптимальна задача замінялася субоптимальною [5]. Метод «2-Ріккаті підходу» поєднує в собі класичну теорію автоматичного управління і метод простору станів, а саме: постановка задачі відбувається в частотній області, а її рішення реалізується з використанням методу простору станів. Крім того, даний метод дозволяє розробникам в процесі проектування задавати будь-які характеристики якості та робастної стійкості замкнутої системи.

У рамках «2-Ріккаті підходу» шуканий оптимальний регулятор в формі спостерігача визначається на основі рішення двох багатомірних рівнянь для фільтрації і оптимального керування в сенсі мінімума H∞-норми замкнутої системи. Регулятори, синтезовані з використанням даного критерію оптимальності, забезпечують стійкість замкненої системи й мінімальну чутливість до збурень.

Мета

Мета роботи: розробка та алгоритмізація математичної моделі синтезу робастної системи керування в умовах невизначеності для підвищення ефективності проектування та керування теплоенергетичними об'єктами

Синтез робастних систем методом H∞

Стандартна задача H∞-керування (часто називається задачею мінімізації енергії виходу) пов’язана з наступною структурною схемою багатомірної системи керування, зображеної на рис 2.

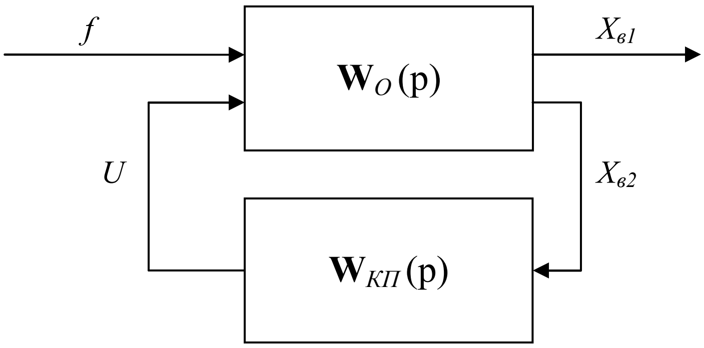

Рисунок 2 – Стандартна замкнута система керування

На цій схемі вектор f становить вектор зовнішніх збурень, вектор $X_{в1}$ – вектор вимірюваного виходу, вектор U – вихідний вектор регулятору та $X_{в2}$ – вектор помилки, який потрібно мінімізувати. Матриця передаточних функцій W_O являє собою не тільки сам об’єкт, яким потрібно керувати, а й вагові функції, які додані для забезпечення потрібної якості. Об’єкт W_O називається узагальненим об’єктом, а регулятор $W_{КП}$ – корегуючим пристроєм.

Задача побудови H∞-оптимального керування полягає в побудові керування U, мінімізуючого H∞-норму передаточної функції $W_{X_{в1}f}$ замкненої системи від входу f до виходу $X_{в1}$, тобто

$$\left\| W_{X_{B1}f} \right\|_{\infty} \to \min$$

Часто оптимальну задачу замінюють субоптимальною: побудувати керування U, яке відповідає нерівності

$$\left\| W_{X_{B1}f} \right\|_\infty \to \gamma_{opt} .$$

де γ_{opt} – мінімальне значення зі значень γ в нерівності

$$\left\| W_{X_{B1}f} \right\|_\infty < \gamma .$$

Співвідношення вхід-вихід можна записати наступним виразом:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{21} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ U \end{bmatrix}.$$

З іншого боку в часовій області мінімальну реалізацію об'єкта можна записати у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B_1 f + B_2 U \\ X_1 = C_1 X + D_{11} f + D_{12} U \\ X_2 = C_2 X + D_{21} f + D_{22} U \end{cases} \qquad (1)$$

Тут X – вектор стану, X_1 – вектор вимірів, X_2 – вектор контрольованих виходів, U – вектор керування, f – зовнішній вхід системи.

Відповідність матричної передаточної функції W_O мінімальній її реалізації в просторі станів записується наступним чином:

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]$$

Використання H∞-норми передавальної функції в якості критерію оптимальності засновано на тому факті, що ця норма – верхня грань коефіцієнта підсилення системи між 2-нормою входу та 2-нормою виходу. Тому H∞-норма – це корінь квадратний з енергії виходу при подачі на вхід збурення з одиничною енергією. Таким чином мінімізація H∞-норми означає мінімізацію енергії помилки для найгіршого випадку вхідного збурення.

Нехай деякий об'єкт управління описується лінійною системою рівнянь (1). Припустимо, що виконуються наступні твердження:

1. $(A, \; B_1, \; C_1)$ є такими, що стабілізуються і детектуються.
2. $(A, \; B_2, \; C_2)$ є такими, що стабілізуються і детектуються.
3. $D_{12}^T [C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad 1]$
4. $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Тоді дійсною буде наступна теорема [6].

Теорема. Регулятор для системи (1), який гарантує виконання нерівності

$$\left\| W_{X_1 f} \right\|_\infty < \gamma$$

існує тоді і тільки тоді, коли:

$\exists X_\infty \geq 0$ – рішення узагальненого алгебраїчного рівняння Ріккаті керування (англ. Generalized Control Algebraic Equation – GCARE)

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty \left[B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T \right] X_\infty + C_1^2 C_1 = 0 \qquad (2)$$

$\exists Y_\infty \geq 0$ – рішення узагальненого алгебраїчного рівняння Ріккаті фільтрації (англ. Generalized Filtering Algebraic Equation – GFARE)

$$AY_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty \left[C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1 \right] Y_\infty + B_1 B_1^T = 0 . \qquad (3)$$

Спектральний радіус:

$$\rho\left(X_\infty, Y_\infty\right) \le \gamma^2 . \tag{4}$$

При цьому отримуємо регулятор у формі спостерігача:

$$\begin{cases} \dot{X}_C = A_C X_C + B_C X_C; \\ \widetilde{U} = C_C X_C \end{cases} \tag{5}$$

де

$$\begin{cases} A_C = A - B_2 B_2^T X_\infty - \left[I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty\right]^{-1} Y_\infty C_2^T C_2 + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty \\ B_C = \left[I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty\right]^{-1} Y_\infty C_2^T \\ C_C = -B_2^T X_\infty \end{cases}$$

Для побудови субоптимального регулятора застосовується ітераційна процедура по γ. На кожному кроці вирішується субоптимальна задача, тобто визначається регулятор $W_{КП}(i)(p)$, для якого:

$$\left\| W_{X_1 f} \right\|_\infty < \gamma \tag{6}$$

де i – номер кроку.

Потім величина γ зменшується, субоптимальна задача вирішується до тих пір, поки існують невід’ємно визначені рішення алгебраїчних рівнянь Ріккаті GCARE та GFARE і виконується умова на обмеження спектрального радіусу. Отримане в результаті ітераційної процедури мінімальне значення γ, близьке до γmin з заданим ступенем точності, а також рішення X∞ та Y∞ використовуються для синтезу робастного H∞-субоптимального регулятору у відповідності з формулами (5).

Загальний вигляд алгоритму синтезу H∞-оптимального регулятора показано на рис. 3.

H∞-регулятор не може бути визначений кінечним числом операцій і потребує ітераційної процедури. Алгоритм синтезу H∞-регулятора має розгалужену структуру, що зумовлено необхідністю перевірки умови $\rho\,(X_\infty \;\; Y_\infty) < \gamma^2$ та необхідністю пошуку γ, з заданою точністю ε.

Отримані результати

Розглянемо синтез робастного регулятора за допомогою H∞-теорії на прикладі системи розрідження в топці котла.

Передавальна функція об’єкт має вигляд:

$$W_o = \frac{k}{T_2 s + T_1 s + 1} = \frac{4.99}{2.169 s^2 + 10.846 s + 1}$$

Передавальна функція ПІ-регулятора, розрахованого за інженерною методикою, має вигляд:

$$W_{ПІ} = 2.2 \cdot \left(1 + \frac{1}{4.08 s}\right)$$

Представимо об’єкт у вигляді (1), тоді його матриці коефіцієнтів дорівнюють:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4.61 & -5 \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.3 \end{bmatrix}; \qquad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \end{bmatrix};$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \qquad C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{11} = D_{12} = D_{21} = D_{22} = 0.$$

Використовуючи вищенаведений алгоритм, шукаємо H∞-регулятор у вигляді (5). У результаті синтезу, знаходимо значення матриць регулятора, що відповідають γ_{min}= 0,2781:

$$A_c = \begin{bmatrix} -10.6637 & 1 \\ -8.562 & -5.1977 \end{bmatrix};$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 10.66.37 \\ 10.0932 \end{bmatrix}; \qquad C_c = \begin{bmatrix} -10.192 & -15.234 \end{bmatrix}.$$

ISSN 1999-9941, "ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ІНЖЕНЕРІЯ", 2012, №2

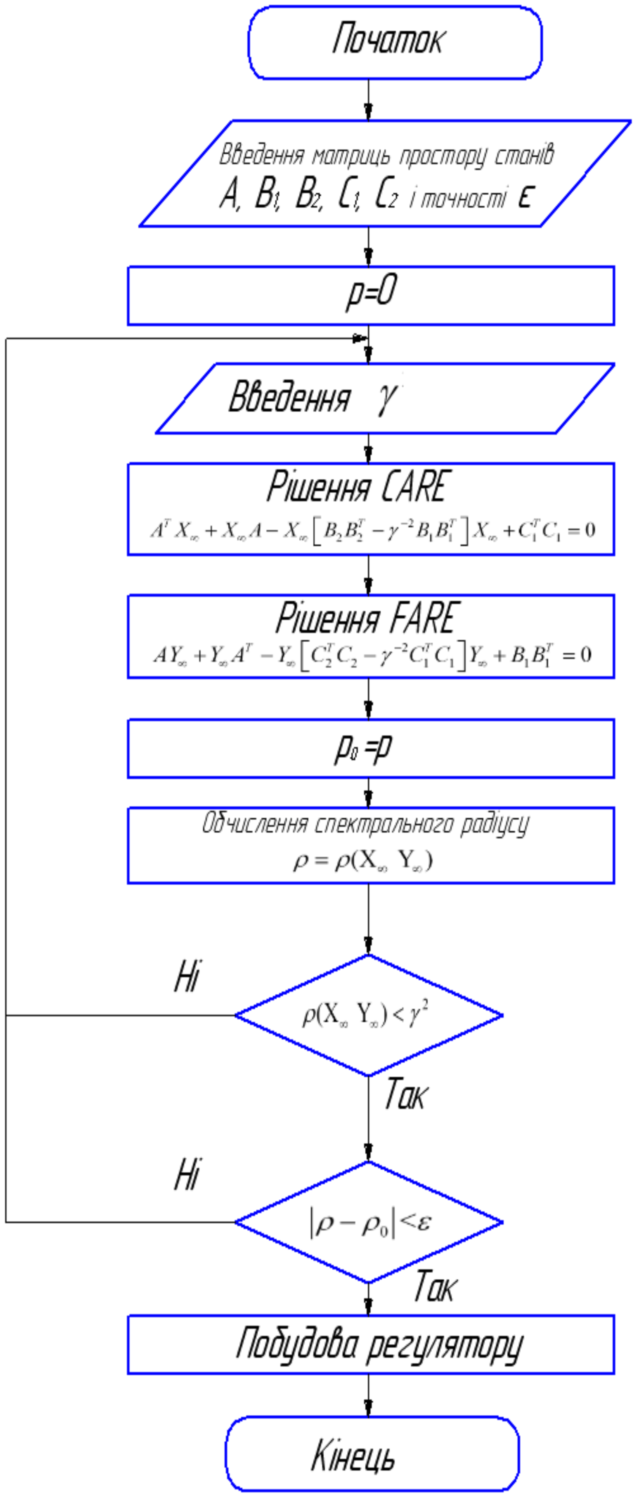

Рисунок 3 – Блок-схема алгоритму синтезу H∞-оптимального регулятора

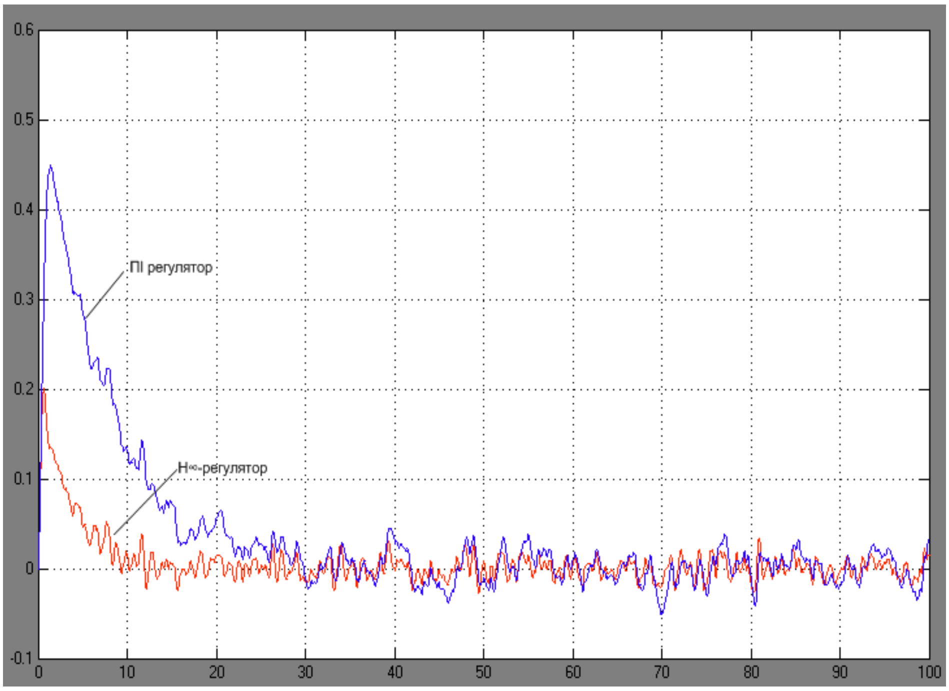

Рисунок 4 – Перехідні процеси по каналу збурення-вихід за наявності шуму.

Динаміка системи в перехідному режимі при зміні завдання в умовах діючих збурень представлена на рис.4. З графіка видно, що неконтрольовані збурення, які впливають на систему, стабілізовані H∞-регулятором й ефективно подавлені. Перехідний процес, з використанням H∞-регулятору, має меншу амплітуду коливань та є менш чутливим до шуму, ніж процес з класичним ПІ-регулятором.

Висновки

1. Схема отримання субоптимального робастного регулятора можлива шляхом розв’язання рівнянь Лур’є-Ріккаті. Отриманий регулятор у формі спостерігача відзначається низькою чутливістю до зміни параметрів об’єкта та відносною інваріантністю до зовнішніх збурень.

2. Ідея формування керувального сигналу системи оптимального керування базується на виділенні в ньому двох складових: оптимального керування і компоненти, яка компенсує невизначеність системи.

3. Цей алгоритм може бути використаний для аналітичного синтезу робастної АСУ.

Список літератури

1. Мовчан А.П., Ковриго Ю.М., Баган Т.Г., Уваров А.А. Автоматическая оптимизация АСР промышленных объектов в энергетике / А.П. Мовчан, Ю.М. Ковриго, Т.Г. Баган, А.А. Уваров // ЕНЕРГЕТИКА: економіка, технології, екологія. – 2005. – № 1. – С. 57–61.
2. Grimble Michael J. Robust industrial control systems: optimal design approach for polynomial systems / Michael J. Grimble. – UK, University of Strathclyde, 2006. – 698 p.
3. Mcfarlane D.C., Glover K. Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factorization Description / D.C. Mcfarlane, K.Glover. – N.-Y.: Springer-Verlag, 1990. – 334 p.
4. Mosca E., Pandolfi L. H-∞ Control Theory / E. Mosca, L. Pandolfi. – London: British Library Cataloguing, 1991. – 325 p.
5. Green M., Limebeer D.J.N. Linear robust control / M. Green, D.J.N. Limebeer. – London: Pearson Education, 2005. – 538 p.
6. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
.

Відомості про авторів

Ковриго Юрій Михайлович – канд. техн. наук, професор кафедри автоматизації теплоенергетичних процесів, Національний технічний університет України “КПІ”, yukovrygo@gmail.com.

Баган Тарас Григорович – старший викладач кафедри автоматизації теплоенергетичних процесів, Національний технічний університет України “КПІ”, mtbagan@ukr.net.